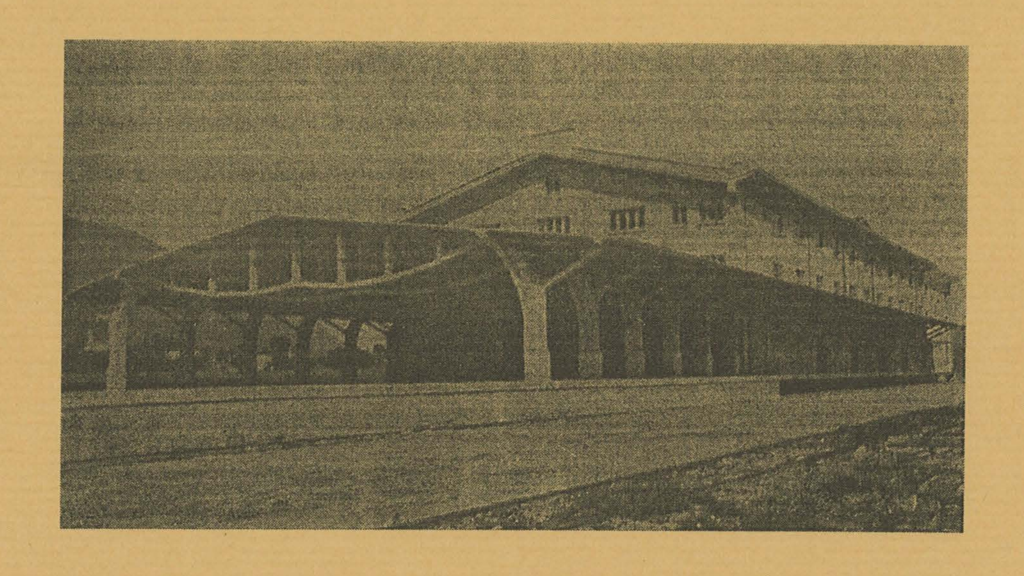
EJERCICIOS DE *PROYECTO DE ESTRUCTURAS* (y II)

por

José Luis Fernández Cabo



CUADERNOS
DEL INSTITUTO
JUAN DE HERRERA
DE LA *ESCUELA DE ARQUITECTURA DE MADRID*

1-50-02

EJERCICIOS DE *PROYECTO DE ESTRUCTURAS* (y II)

por

JOSÉ LUIS FERNÁNDEZ CABO

CUADERNOS
DEL INSTITUTO
JUAN DE HERRERA
DE LA *ESCUELA DE*
ARQUITECTURA
DE MADRID

1-50-02

CUADERNOS
DEL INSTITUTO
JUAN DE HERRERA

0 VARIOS
1 ESTRUCTURAS
2 CONSTRUCCIÓN
3 FÍSICA Y MATEMÁTICAS
4 TEORÍA
5 GEOMETRÍA Y DIBUJO
6 PROYECTOS
7 URBANISMO
8 RESTAURACIÓN

NUEVA NUMERACIÓN

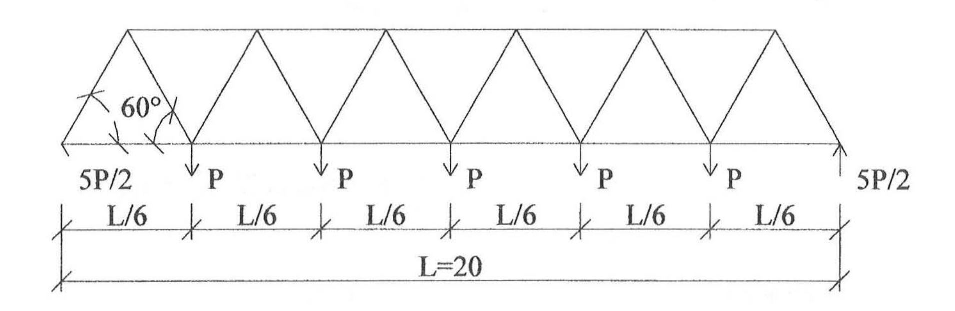
1 Área
50 Autor
02 Ordinal de cuaderno (del autor)

Ejercicios de Proyecto de Estructuras II

Instituto Juan de Herrera.
Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid.
Edición a cargo de: Marta Zamanillo Rojo
CUADERNO 121.01 / 1-50-02
ISBN: 84-9728-018-0 (obra completa)
ISBN:84-9728-020-2 (ejercicios de proyecto de estructuras II)
Depósito Legal: M-54668-2001

EJERCICIO 2 (SEGUNDO EXAMEN PARCIAL DEL CURSO 00-01)

2.- La cercha de cordones paralelos de la figura tiene las diagonales a 60°. Si las barras de tracción se dimensionan estrictamente, y las de compresión con un factor de pandeo de $\omega = 1{,}5$;
¿cuál será el valor de la rigidez δ/L total (debido a los cordones y a las diagonales)?
Acero S-275 JR; coeficiente global de ponderación $\gamma = 1{,}5$.



Acero S-275 JR; $\gamma = 1{,}5$.

$$\sigma_{adm} = \frac{275}{1{,}5} = 183{,}3 \frac{N}{mm^2}$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = 0{,}873.10^{-3}$$

h

60°

L/12

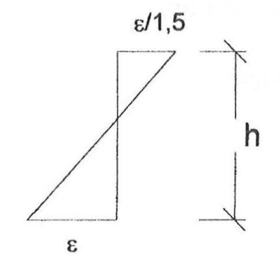
$$\frac{h}{L/12} = tg60 = \sqrt{3}$$

$$\frac{L}{h} = \lambda = \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{4.\sqrt{3}.\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 4.\sqrt{3} = 6{,}928$$

$\Longrightarrow$ $\varepsilon^- = \dfrac{\varepsilon^+}{1{,}5}$, puesto que $\omega = 1{,}5$

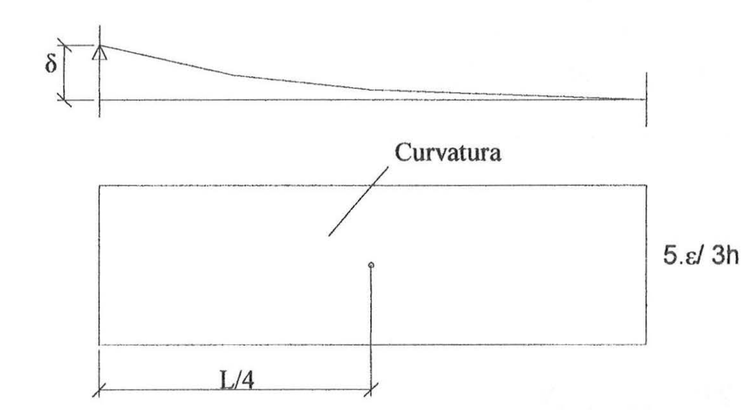
$\Longrightarrow$ $\varepsilon^+ = 0{,}873.10^{-3}$

δ / L debido al momento ⟹ cordones
Llamaremos $\varepsilon^{+} = \varepsilon$



Curvatura :

$$\frac{1}{R} = \chi = \left(\frac{3}{3}.\varepsilon + \frac{2}{3}.\varepsilon\right).\frac{1}{h} = \frac{\left(\frac{5.\varepsilon}{3}\right)}{h} = \frac{5.\varepsilon}{3.h}$$



Aplicaremos el 2º Teorema de Mohr:

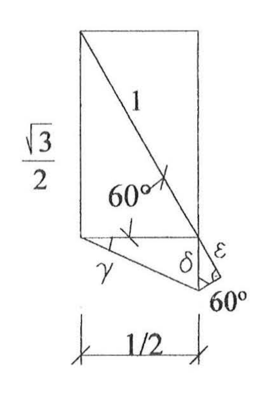
$$\delta = \underbrace{\frac{L}{2}.\frac{5}{3}.\frac{\varepsilon}{h}}_{área}.\underbrace{\frac{L}{4}}_{dist}$$

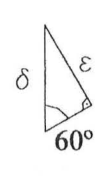
$$\frac{\delta}{L} = \frac{5}{24}.\varepsilon.\lambda$$

$$\frac{\delta}{L} = \frac{5}{24}.0{,}873.10^{-3}.4.\sqrt{3} = \frac{1}{793{,}60} = 1{,}26.10^{-3}$$ ⟹ debido a los cordones

δ / L debido al cortante ⟹ Diagonales

Esquema proporcionado:





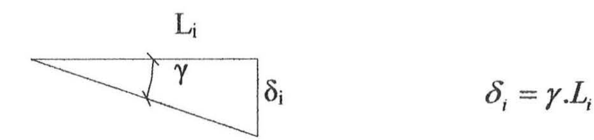
$$\varepsilon = \delta.\cos 30^{\circ} \Rightarrow \delta = \frac{\varepsilon}{\cos 30^{\circ}}$$

$$\delta = \frac{\varepsilon}{\sqrt{3}/2} = \frac{2\varepsilon}{\sqrt{3}}$$

$$tg\alpha \approx \gamma \Rightarrow \delta = \gamma.\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2\varepsilon}{\sqrt{3}} = \gamma.\frac{1}{2}$$

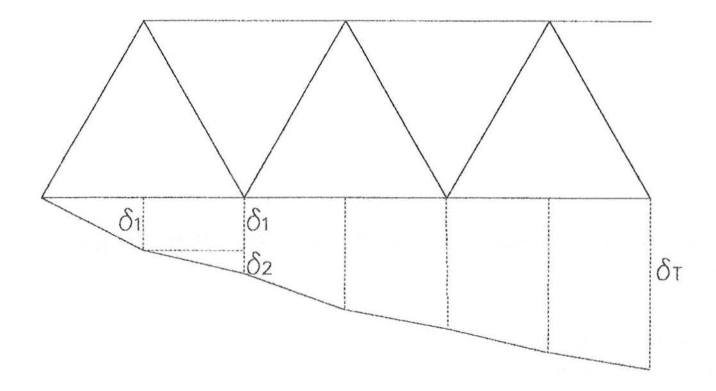
$$\gamma = \frac{4\varepsilon}{\sqrt{3}}$$

Conocida la distorsión conocemos la deformación δ en cada recuadro elemental:



$$\delta_i = \gamma.L_i$$

Es decir:



$$\delta = 3.\gamma_{tracc}.\frac{L}{12} + 3.\gamma_{comp}.\frac{L}{12} = \frac{3.L}{12}.(\gamma_{tracc} + \gamma_{comp})$$

$$\delta = \frac{3.L}{12}\left(\underbrace{\frac{3}{3}.\frac{4.\varepsilon}{\sqrt{3}}}_{tracc} + \underbrace{\frac{2}{3}.\frac{4.\varepsilon}{\sqrt{3}}}_{comp}\right) = \frac{3.L}{12}.\left(\frac{20}{3.\sqrt{3}}.\varepsilon\right)$$

$$\left(\frac{\delta}{L}\right)_{cor\tan te} = \frac{20}{12.\sqrt{3}}.\varepsilon = \frac{5.4}{3.4.\sqrt{3}}.\varepsilon = \frac{1}{1190}$$

$$\left(\frac{\delta}{L}\right)_{cor\tan te} = \frac{1}{1190} = 8{,}4.10^{-4}$$

Sumando la parte de cordones y de diagonales tendremos el total:

$$\left(\frac{\delta}{L}\right)_{total} = \frac{1}{793{,}6} + \frac{1}{1190} = \frac{1}{476}$$

$(\delta / L)_{total} = 1 / 476$

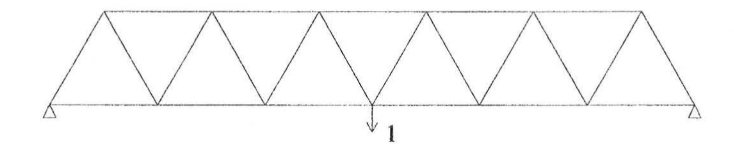
Dejándolo en función de las variables (antes de sustituir los datos concretos):

$$\left(\frac{\delta}{L}\right)_{total} = \underbrace{\frac{5}{24}.\varepsilon.\lambda}_{cordones} + \underbrace{\frac{5}{3.\sqrt{3}}.\varepsilon}_{diagonales}$$

Observemos que, fijado ε (el criterio de dimensionado), la parte debida a los cordones crece linealmente con λ, pero la parte debida a las diagonales es **constante.**

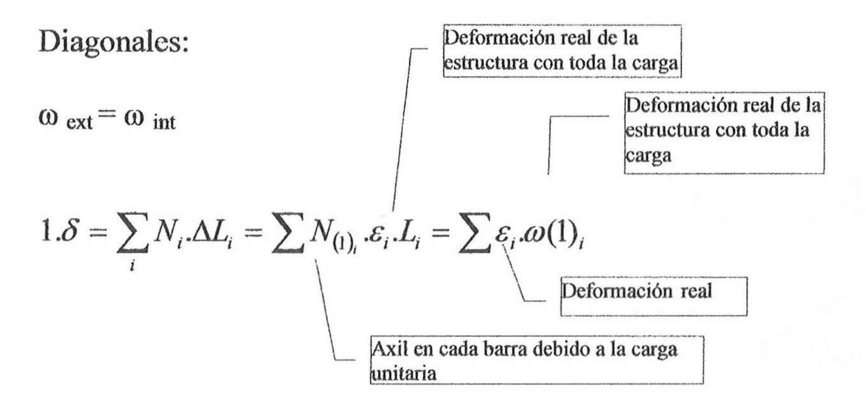
OTRO MODO DE ABORDAR EL EJERCICIO

En este método usaremos el principio de los trabajos virtuales. Para ello se aplica una carga virtual P = 1 en la posición y dirección del desplazamiento a calcular.



Como desplazamiento virtual usaremos el desplazamiento real de la estructuras de que pretendemos calcular la deformación.

Diagonales:



$\omega_{ext} = \omega_{int}$

$$1.\delta = \sum_i N_i.\Delta L_i = \sum N_{(1)_i}.\varepsilon_i.L_i = \sum \varepsilon_i.\omega(1)_i$$

El criterio de dimensionado dado es:

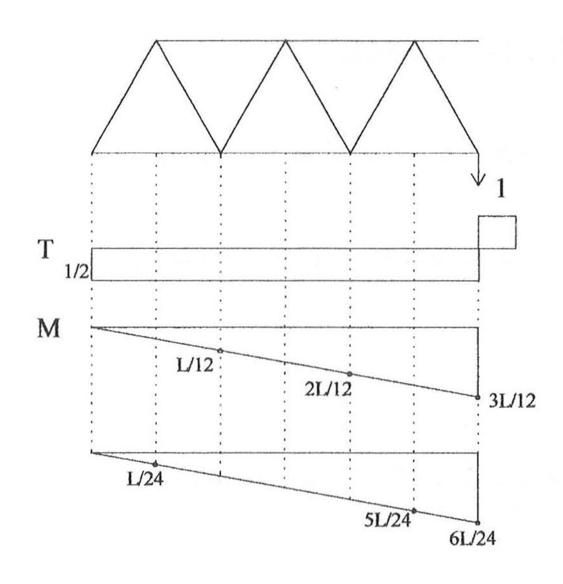
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Si dimensionamos: } \varepsilon^+ = 0{,}873.10^{-3} \\ \varepsilon^- = \dfrac{\varepsilon^+}{1{,}5} = \dfrac{2}{3}.\varepsilon^+ \end{array} \right\}$$

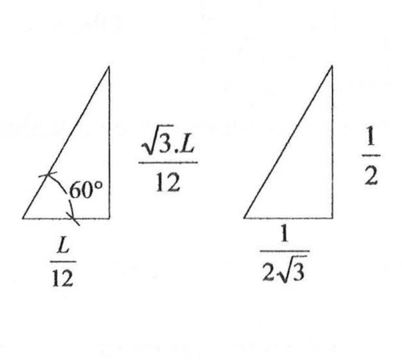
Además, en este caso: $\omega^+ = \omega^-$ (ya que $K_M = 0$)

$$\delta = \varepsilon^+ \omega_{(1)}^{\ +} + \frac{2.\varepsilon^+}{3}\omega_{(1)}^{\ -}$$

$$\delta = \frac{5}{3}.\varepsilon^+.\frac{\omega_{(1)}}{2} = \frac{5}{6}.\varepsilon^+.\omega_{(1)}$$

Las solicitaciones globales de la carga unitaria son:





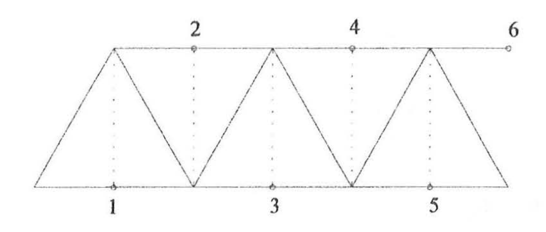
$$\omega_{(1)T} = \frac{L}{24\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}.L}{24}.\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{4.L}{\sqrt{3}.24}$$

$$\omega_{(1)T} = \frac{L}{6.\sqrt{3}}$$

En total hay 12 diagonales $\Longrightarrow$ $\sum \omega_{(1)T} = \frac{12}{6}.\frac{L}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}.L$

Cordones

Si se van dando cortes por los puntos indicados y se hace Σ M = 0:



$$\omega_1 = \frac{L}{24}.\frac{1}{H}.\frac{L}{6} \qquad \omega_4 = \frac{4L}{24}.\frac{1}{H}.\frac{L}{6}$$

$$\omega_2 = \frac{2L}{24}.\frac{1}{H}.\frac{L}{6} \qquad \omega_5 = \frac{5L}{24}.\frac{1}{H}.\frac{L}{6}$$

$$\omega_3 = \frac{3L}{24}.\frac{1}{H}.\frac{L}{6} \qquad \omega_6 = \frac{6L}{24}.\frac{1}{H}.\frac{L}{6}$$

$$\sum \omega_{CORDONES} = \frac{1}{H}.\frac{L}{6}\left(\frac{2L}{24} + \frac{4L}{24} + \frac{6L}{24} + \frac{8L}{24} + \frac{10L}{24} + \frac{6L}{24}\right) =$$

$$= \frac{\lambda}{6}.\frac{L}{24}.36 = \lambda.L.\frac{6}{24} = \frac{\lambda.L}{4}$$

Por tanto:

$$\delta = \frac{5}{6}\varepsilon^{+}.\left[\frac{2L}{\sqrt{3}} + \frac{\lambda.L}{4}\right] = \frac{5}{6}.\varepsilon^{+}.\left[\frac{2}{3} + \frac{\lambda}{4}\right].L$$

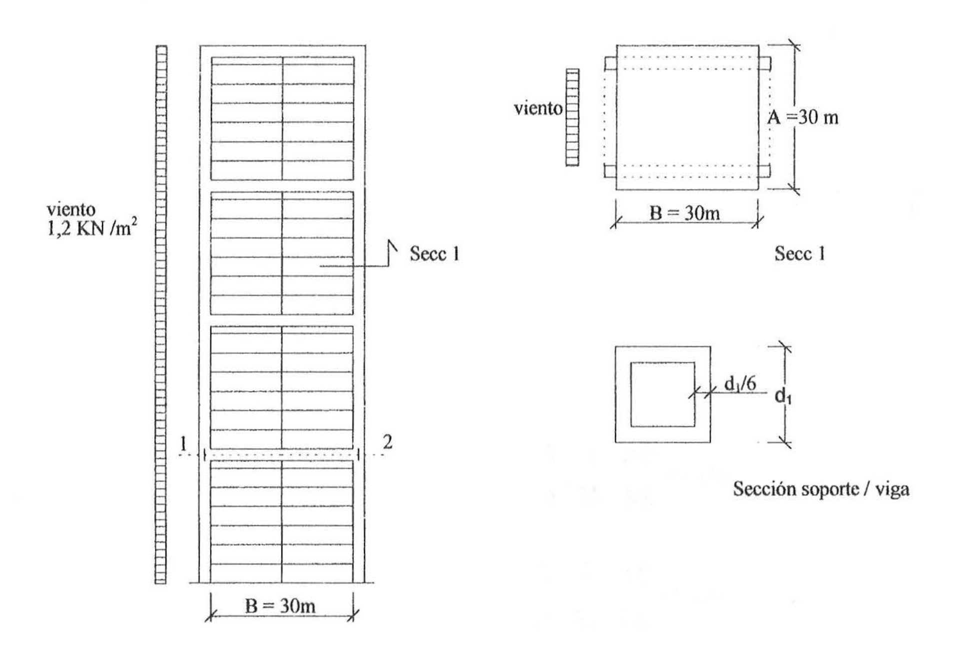
$$\frac{\delta}{L} = \frac{5}{6}.\varepsilon^{+}.\left[\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{4\sqrt{3}}{4}\right] = \frac{5}{6}.\frac{5}{\sqrt{3}}\varepsilon^{+} = \frac{25\varepsilon^{+}}{6\sqrt{3}} = \frac{1}{476}$$

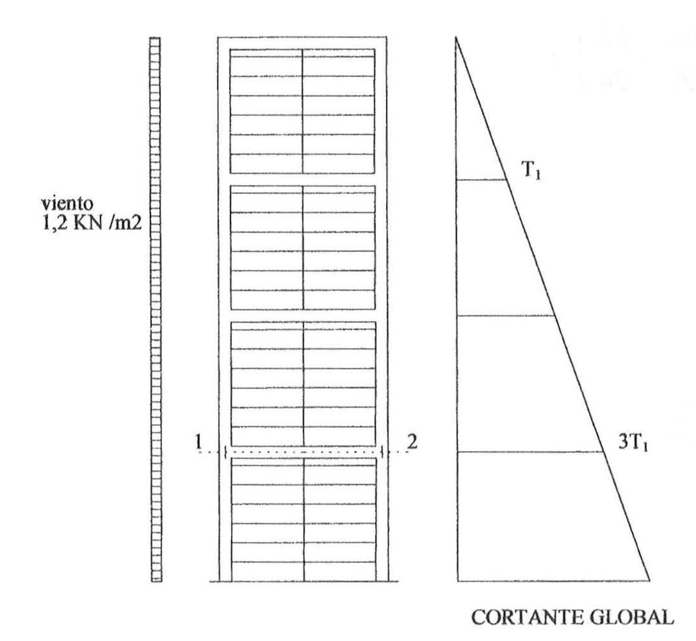
Igual que antes, $\boxed{\frac{\delta}{L} = \frac{1}{476}}$

EJERCICIO 5 (SEGUNDO EXAMEN PARCIAL DEL CURSO 00-01)

Se proyecta un edificio en altura en hormigón armado con control normal (H-30 y B-500 S). La carga total por planta es de 8 KN/m^2; y la de viento de 1,2 KN/m^2.El edificio tiene una superestructura formada con dos pórticos (en cada dirección) de hormigón armado con secciones en cajón, según indica la figura. El espesor de cada pared del cajón es 1/6 de su lado. El pórtico forma cuatro paquetes de plantas colgadas de la viga superior. Cada paquete tiene siete plantas de 4 m de altura (28 m por paquete, 112 m de altura total). Estudiaremos el efecto del viento según la dirección indicada en planta. ¿Cuál será el canto aproximado de la viga de la superestructura del primer paquete (línea 1-2) ? No se consideran cargas dinámicas de ningún tipo.

A = 30 m; B = 30 m





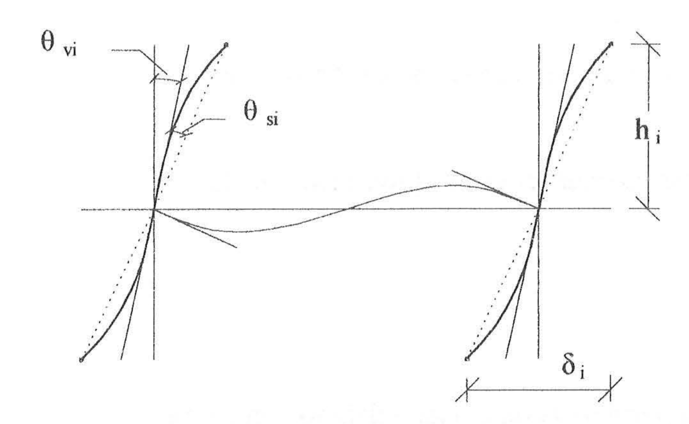
$$T_1 = 1{,}2.\frac{A}{2}.28KN$$

$$T_1 = 504KN$$

Sabemos que la distorsión de la planta i puede expresarse como :

$$\theta_i = \frac{1}{3}\left(\lambda_{vi}\varepsilon_{vi} + \lambda_{si}.\varepsilon_{si}\right)$$

λ_{vi} = esbeltez de la viga i.
λ_{si} = esbeltez del soporte i.

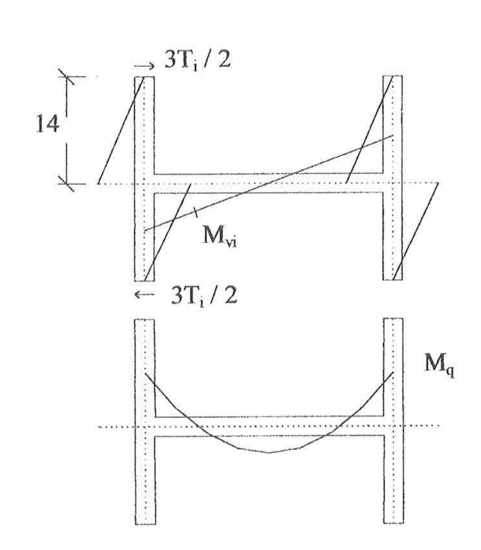


$$\theta_i = \frac{1}{3}(\lambda_{vi}\varepsilon_{vi} + \lambda_{si}.\varepsilon_{si})$$

$$\theta_i = \theta_{si} + \theta_{vi} = \frac{\delta_i}{h_i}$$

Veamos primero el giro de la viga:

Partiremos de una gráfica de momentos de diseño con momento cero a la mitad de altura de los soportes. Esta simplificación puede ser totalmente correcta si luego se impone la adecuada rigidez de vigas y soportes.



$$M_{vi} = \frac{3.T_1}{2}.14.2 = 42.T_1$$

$$M_{vi} = 21168 KN.m$$

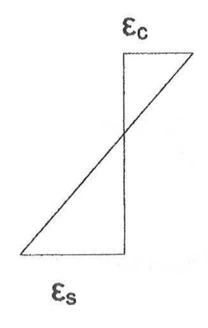
Carga M_q ⟹ Podemos tomar un valor razonable de: $M_q = \frac{qL^2}{10}$ para hormigón.

$$q = 8\frac{KN}{m^2}.7\,plantas.\frac{A}{2}m = 28.A$$

$$q = 840\frac{KN}{m}$$

$$M_q = \frac{840.B^2}{10} = 75600 KN.m$$

$$\varepsilon_{vi} = \varepsilon.\frac{M_{vi}}{M_{vi} + M_q} = \varepsilon.\left(\frac{21168}{21168 + 75600 KN.m}\right) = 0{,}219.\varepsilon$$



$$\frac{1}{R} = \frac{(\varepsilon_c + \varepsilon_s)}{h} = \frac{2.\varepsilon_{med}}{h}$$; ya que

$$\varepsilon_{med} = \frac{(\varepsilon_c + \varepsilon_s)}{2}$$

$$\varepsilon_{med} = \varepsilon$$

en servicio.

$$\varepsilon_{med} = 0{,}9.10^{-3}$$

(valdría tomar $0{,}8.10^{-3}$)

$$\varepsilon_{vi} = 0{,}219.\varepsilon = 0{,}219.\varepsilon_{med} = 0{,}197.10^{-3}$$

$$\theta_s \approx \varepsilon_{med} \cdot \left(\frac{0{,}42.\lambda^2_s}{1{,}25.\lambda_s + \frac{Q_i}{W}} \right) \longrightarrow$$

Considerando articulaciones en los puntos medios de los soportes podemos determinar un valor aproximado de θ_S.

$$\frac{Q_i}{W_i} = 8\frac{KN}{m^2} \cdot \frac{28 pltas.B.A/2}{1{,}2.112.A/2} = 1{,}67.B = 50{,}1$$

Podemos ver de qué orden es la dimensión del soporte de la planta baja debido a la carga vertical y al momento de viento y, por tanto, qué esbeltez mínima debe tener por resistencia.

En un caso favorable podemos suponer que el axil se lo lleva el hormigón y el acero se lleva todo el momento. (esto dará un soporte poco armado). Para una primera aproximación:

$$\sigma_c = \frac{300}{1{,}5.1{,}6} = 125\, Kp/cm^2$$

¿Cuál es el axil en planta baja?



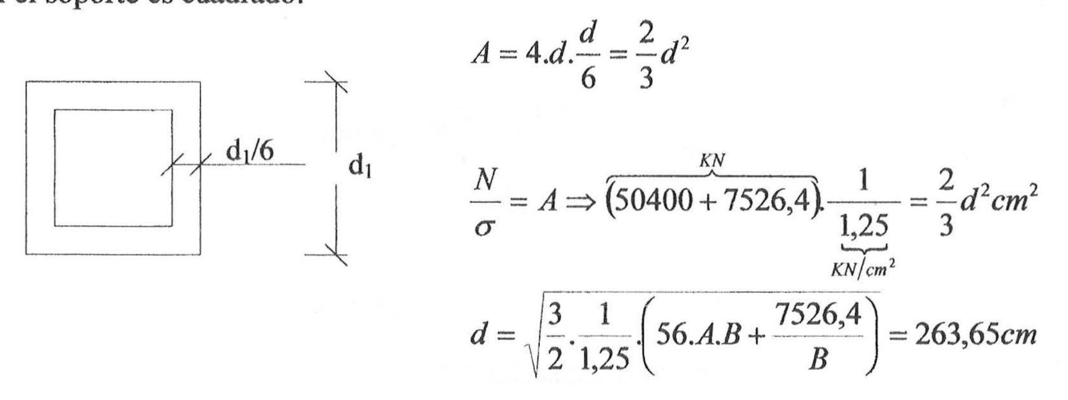
$$N_i = \frac{A.B.8.28}{4} = 56.A.B = 50400 KN$$

Además existe un axil de viento.

$$N_{iv} = \frac{1{,}2.30.112^2}{2} \cdot \frac{1}{B} = \frac{7526{,}4.30}{30} = 7526{,}4 KN$$

$$N_{iTOTAL} = 50400 + 7526{,}4 = 57926{,}4 KN$$

Si el soporte es cuadrado:



$$A = 4.d.\frac{d}{6} = \frac{2}{3}d^2$$

$$\frac{N}{\sigma} = A \Rightarrow \overbrace{(50400 + 7526{,}4)}^{KN} \cdot \frac{1}{\underbrace{1{,}25}_{KN/cm^2}} = \frac{2}{3} d^2 cm^2$$

$$d = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{1{,}25} \cdot \left(56.A.B + \frac{7526{,}4}{B} \right)} = 263{,}65 cm$$

$$\lambda_s = \frac{2800 cm}{263{,}65 cm} = 10{,}6$$ (Despreciando el recubrimiento).

Tomaremos $\lambda_s = 10$, ya que estamos haciendo un cálculo aproximado.

$$\theta_s = 0{,}9.10^{-3}.\left(\frac{0{,}42.10^2}{1{,}25.10 + 1{,}67.B}\right) = 0{,}6038..10^{-3}$$

$$\theta_s = \frac{1}{1656}$$

Salen valores razonables al estar en la planta inferior.
Como distorsión total podemos tomar un valor entre 1/ 750 y 1/ 500 en primer orden.
Como la esbeltez no será pequeña estaremos más cerca de 1/ 500. Si suponemos un factor de ampliación de flecha $\beta = 1{,}3$ (un valor nada conservador pero razonable):

$$\left.\begin{aligned} \theta_0.1{,}3 &= \frac{1}{500} \\ \theta_0 &= \frac{1}{650} \end{aligned}\right\} \quad \text{Es decir} \Longrightarrow \quad \theta_{TOTAL} = \frac{1}{650} = \theta_s + \theta_v$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{650} &= \theta_{si} + \frac{1}{3}.\lambda_{vi}.\varepsilon_{vi} \\ \left(\frac{1}{650} - \theta_{si}\right).\frac{3}{\varepsilon_{vi}} &= \lambda_{vi} \end{aligned}\right\} \quad \lambda_{vi} = 14{,}2$$

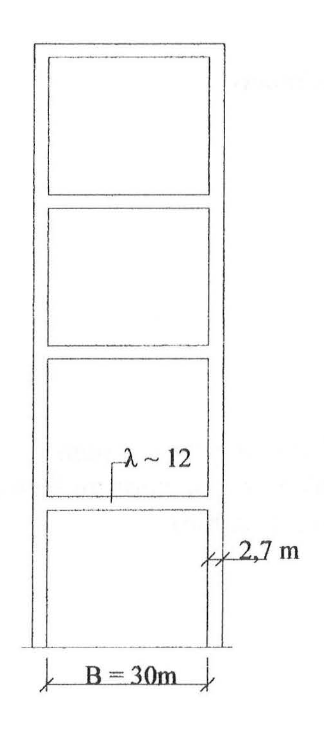
Si lo restringimos inicialmente a 1/ 750:

$$\left(\frac{1}{750} - \theta_{si}\right).\frac{3}{\varepsilon_{vi}} = \lambda_{vi} \Longrightarrow$$ $\lambda_{vi} = 11$, que parece un valor más sensato.

$$\lambda_{vi} = \frac{B}{d} = 11 \Longrightarrow$$ d = 2,7 m Valor del canto de la viga.

Es decir, la esbeltez de dicha viga está entre 11 y 14. Un valor medio de 12 sería seguramente razonable.

Podemos dibujar el esquema y ver que "pinta" tiene. Esto es fundamental, ya que ningún número debería estar en contra del sentido común; sobre todo porque sabemos que las estructuras el mismo tipo son poco sensibles al cambio de proporciones con los cambios de tamaño usuales.



Podríamos haber determinado el valor de ε_{si} imponiendo datos razonables.
Si el diseño es correcto, ε_{si} debería tener valores de $\approx \frac{1}{3}.\varepsilon = \frac{1}{3}\varepsilon_{med}$.

Con ello obtendríamos:

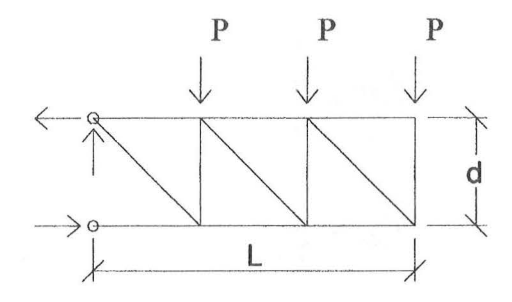
$$\theta_{si} = \frac{1}{3}\varepsilon_{si}.\lambda_{si} = \frac{1}{3}.\frac{1}{3}.\varepsilon.\frac{2800}{270}$$

$$\theta_{si} \approx \frac{1}{964}$$

En nuestro caso habíamos supuesto $\theta_{si} = \frac{1}{1656}$, que es un valor inferior. Pero esto es razonable, ya que el valor de $\frac{1}{3}\varepsilon$ es un valor medio, que en las plantas altas es más alto y en las bajas más pequeño. Es decir, que la hipótesis de θ_{si} es muy razonable.

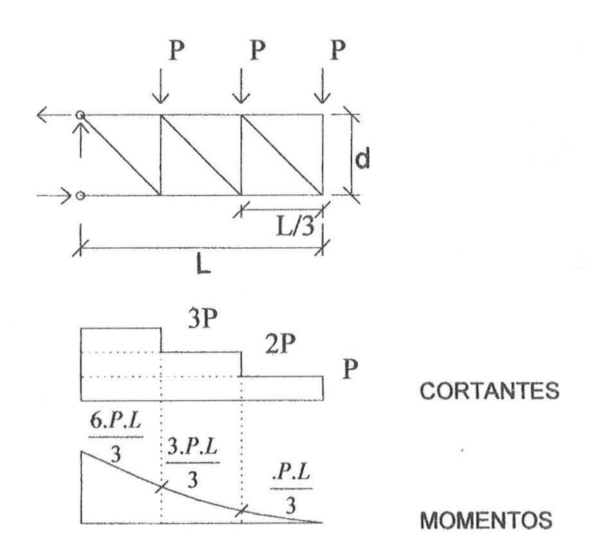
EJERCICIO A (PRIMER EXAMEN PARCIAL DEL CURSO 99-00)

Sobre la ménsula de la figura tratarán las 5 siguientes cuestiones. La estructura es de acero laminado. Los tres recuadros son iguales.
(σ_e = 275 N / mm^2 peso; específico = 78 KN / m^3 ; E = 210 KN/ mm^2)

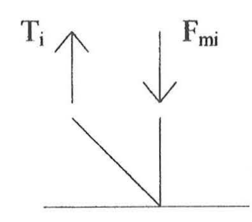


SE PIDE:

1.- Para las cargas indicadas en la figura, calcular la cantidad de estructura.



Montantes



Si planteamos el equilibrio en los nudos del cordón inferior:

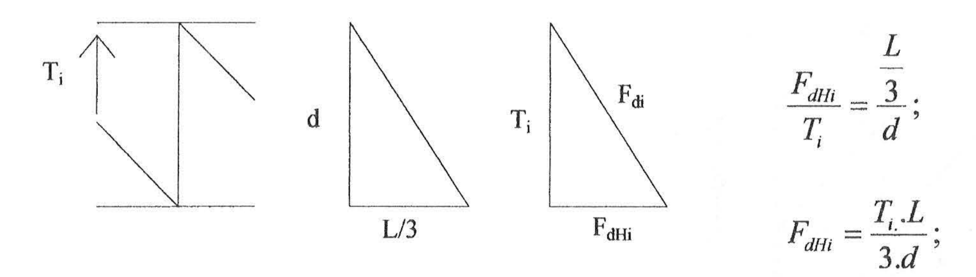
$F_{mi} = T_i$

$$\omega_M = (3P + 2P + P)d = 6 \cdot P \cdot d \cdot \frac{L}{L} = \frac{6 \cdot P \cdot L}{\lambda}$$

$$\boxed{\omega_m = \frac{6PL}{\lambda}}$$ montantes

Diagonales

El cortante debe ser resistido por las diagonales.



$$\frac{F_{dHi}}{T_i} = \frac{\frac{L}{3}}{d};$$

$$F_{dHi} = \frac{T_i.L}{3.d};$$

Calcularemos la cantidad de estructura de la diagonal como suma de sus componentes horizontal más vertical.

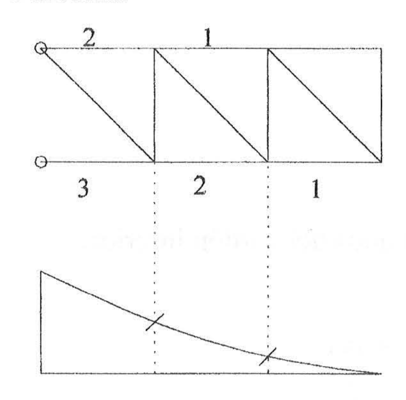
$$\omega_{di} = T_i.d + F_{dHi}.\frac{L}{3} = T_i.d + \frac{T_i.L^2}{9.d} = T_i.\left(d + \frac{L^2}{9d}\right)$$

$$\omega_d = \sum \omega_{di} = \left(d + \frac{L^2}{9d}\right).\sum T_i = 6.P.\left(d + \frac{L^2}{9d}\right)$$

$$\omega_d = 6.P.d.\frac{L}{L} + \frac{6.P.L}{9}.\frac{L}{d} = \frac{6.P.L}{\lambda} + \frac{6}{9}.P.L.\lambda$$

$$\boxed{\omega_d = \frac{6PL}{\lambda} + \frac{6PL\lambda}{9}}$$ diagonales

Cordones



$$\omega_{cor} = 2.\omega_1 + 2.\omega_2 + \omega_3$$

$$\omega_1 = \frac{P.L}{3}.\frac{1}{d}.\frac{L}{3} = \frac{P.L.\lambda}{9}$$

$$\omega_2 = \frac{3.P.L}{3}.\frac{1}{d}.\frac{L}{3} = \frac{3.P.L.\lambda}{9}$$

$$\omega_3 = \frac{6.P.L}{3}.\frac{1}{d}.\frac{L}{3} = \frac{6.P.L.\lambda}{9}$$

$$\omega_{COR} = \frac{2.P.L.\lambda}{9} + \frac{6.P.L.\lambda}{9} + \frac{6.P.L.\lambda}{9} = \frac{14}{9}.P.L.\lambda$$

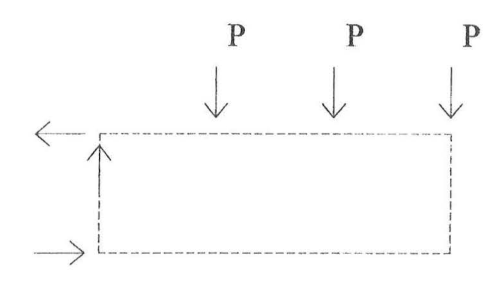
$$\boxed{\omega_{COR} = \frac{14}{9}.P.L.\lambda}$$ cordones

Resumiendo:

$\omega_m = \dfrac{6PL}{\lambda}$ montantes

$\omega_d = \dfrac{6PL}{\lambda} + \dfrac{6PL\lambda}{9}$ diagonales

$\omega_{COR} = \dfrac{14}{9}.P.L.\lambda$ cordones



$K_m = 0 \Longrightarrow \omega_C = \omega_T$

Podemos comprobarlo.

$$\omega = 2.\omega_C = 2.\omega_T$$

$$\omega_T = \frac{6PL}{\lambda} + \frac{6PL\lambda}{9} + \frac{4PL\lambda}{9} = \frac{6PL}{\lambda} + \frac{10}{9}PL\lambda = \omega_C$$

$$\boxed{\omega = \frac{12PL}{\lambda} + \frac{20PL\lambda}{9}}$$

2.- Calcular la esbeltez óptima ($\lambda_{opt} = \dfrac{L}{h}$)

$$\frac{\partial\omega}{\partial\lambda} = 0 = \frac{-12}{\lambda^2} + \frac{20}{9} \Longrightarrow \lambda_{opt} = \boxed{\sqrt{\frac{12.9}{20}} = 2{,}32 = \lambda_{opt}}$$

3.-Calcular el peso propio teórico de la estructura, si el dimensionado a tracción es estricto y a compresión se prevé un factor de pandeo de 1,3.

$$\wp = \frac{\omega}{\Lambda} = \frac{\omega_T}{\Lambda_T} + \frac{\omega_C}{\Lambda_C} = \frac{\omega_T}{\Lambda_T} + \frac{\omega_C.1{,}3}{\Lambda_C} = 2{,}3.\frac{\omega_T}{\Lambda_T}$$

$$\Lambda_T = \frac{\sigma}{\rho} = \frac{\frac{275000}{1{,}5}}{78} = \frac{3525}{1{,}5} = 2350m$$; si consideramos un coeficiente de seguridad global de $\gamma = 1{,}5$

P= 40 KN

$\lambda = 6$

L= 30 m

$$\boxed{\wp = 2{,}3.PL\left(\frac{6}{\lambda} + \frac{10}{9}\lambda\right)\frac{1}{\Lambda_T} = 2{,}3.P.\left(\frac{6}{6} + \frac{10}{9}.6\right).\frac{L}{3525} = 2{,}3.40.\left(1 + \frac{60}{9}\right).\frac{30}{3525} = 6KN}$$

El peso real puede ser entre una vez y media y dos el teórico:
$\wp \approx 600 \cdot 2 = 1200 kp$. Si el coste del suministro y del montaje fuese de 200pts/ kp, entonces la cercha costaría alrededor de $1200 \cdot 200 = 240000$ pts.
Si se coloca una esbeltez real de $2\lambda_0$, el coste sería 1,25 veces superior:
$240000 \cdot 1{,}25 = 300000$ pts. Es decir, el coste de esta estructura bien diseñada es pequeño dentro del total del proyecto.

4.- Tamaño máximo teórico de estructura si $\lambda = 6$.

$$L_{máx} = \frac{\Lambda}{\left(A\lambda + \dfrac{B}{\lambda}\right)}$$

$$W = \underbrace{3PL}_{\wp}\left(\frac{20}{9.3}\lambda + \frac{12}{\lambda.3}\right) = \wp.L\left(\underbrace{\frac{20}{27}\lambda + \frac{4}{\lambda}}_{A\lambda+\frac{B}{\lambda}}\right)$$

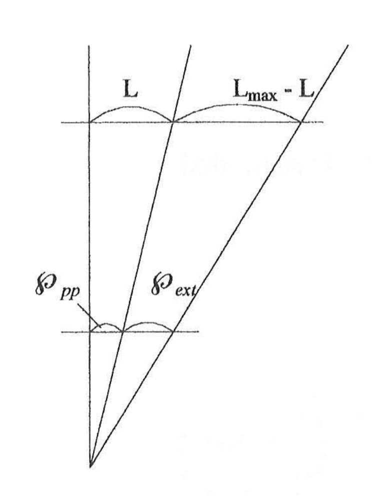
$$\boxed{L_{máx} = \frac{2350m}{\left(\dfrac{20}{27}.6 + \dfrac{4}{6}\right)} \cong 460m}$$

Esto quiere decir que el tamaño real máximo razonable para esta proporción es de $460 \cdot 0{,}2 = 92$ m.
Las condiciones de rigidez nos limitarán seguramente más. No parece razonable pasar de 50 ó 60 m, que no está nada mal.

5.-Para $\lambda = 10$ y una luz de 30 m. ¿Cuál será la relación entre la carga total de peso propio y la carga total exterior que puede esperarse desde el punto de vista empírico?

$$L_{máx} = \frac{2350m}{\left(\dfrac{20}{27}.10 + \dfrac{4}{10}\right)} = 300m$$

$$\frac{\wp_{PP}}{\wp_{ext}} = \frac{L}{L_{max} - L} = \frac{30}{300 - 30} = 0{,}11 = \frac{1}{9}$$

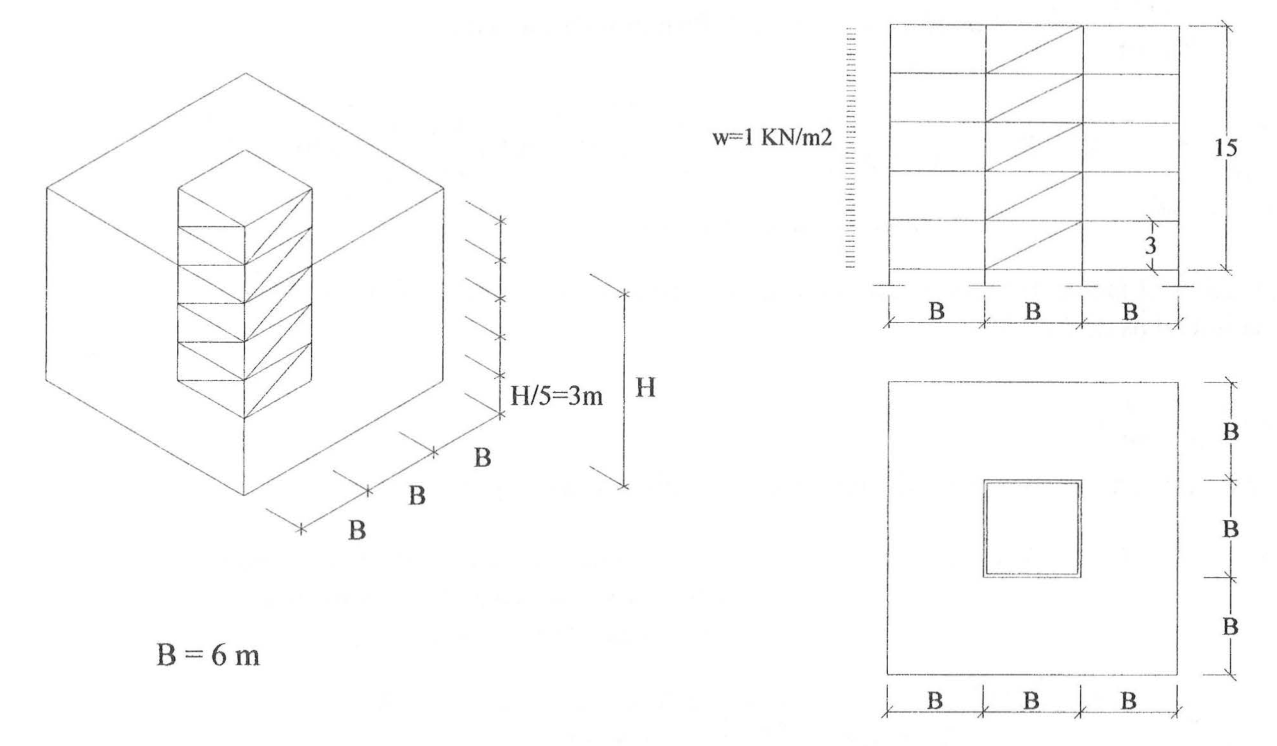


$$\boxed{\frac{\wp_{PP}}{\wp_{ext}} = \frac{1}{9} \Longrightarrow \text{Teórico}}$$

$$\boxed{\frac{\wp_{PP}}{\wp_{ext}} \approx \frac{1}{9}.2 = \frac{1}{4{,}5} \Longrightarrow \text{Empírico}}$$

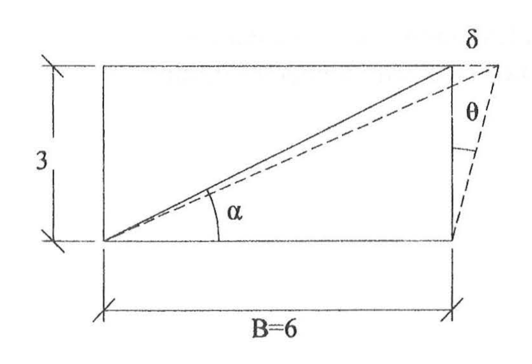
EJERCICIO B (PRIMER EXAMEN PARCIAL DEL CURSO 99-00)

El edificio de planta cuadrada que aparece en la figura será la base de trabajo de toda esta segunda parte.



El conjunto se arriostra a base de cuatro triangulaciones situadas simétricamente en el núcleo central de la planta.
Los soportes y diagonales son de acero laminado ($\sigma_e = 275\ N / mm^2$, peso específico = $78\ KN / m^3$ y $E = 210\ KN/ mm^2$). Las diagonales pueden trabajar también compresión. El forjado es una placa de hormigón de 30 cm de espesor con una sobrecarga de $6\ KN / m^2$ (peso específico de la placa $25\ KN / m^3$). El cerramiento aporta al borde una carga permanente de 11 KN / m. Las uniones de los pilares pueden considerarse articuladas.

6.- Si el arriostramiento se coloca a efectos de carga horizontal y se pretende que el dimensionado sea estricto, ¿cuál será la relación δ / h que cabe esperar considerando efectos sólo de primer orden?
(γ seguridad = 1,5)



$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_e}{1{,}5} = \frac{1{,}3.10^{-3}}{1{,}5} = 0{,}87.10^{-3}$$

$$\frac{2\varepsilon}{sen2\alpha} = \frac{\delta}{h}$$

$$\frac{3}{B} = tg\alpha \ , \quad \alpha = arctg\left(\frac{3}{B}\right)$$

$$\boxed{\frac{\delta}{h} = \frac{2.0{,}87.10^{-3}}{sen2.\left(artg\frac{3}{B}\right)} = 21{,}75.10^{-4} \approx \frac{1}{460}}$$

7.- Considerando el conjunto del edificio con los cuatro arriostramientos propuestos, ¿cuál será la carga crítica del edificio considerando que el sobredimensionado de todas y cada una de las diagonales es de 1,3 para primer orden?

Si $\varepsilon_0 = \frac{2750}{2.1.10^{-6}}.\frac{1}{1.3} = 1{,}00732.10^{-3} \approx 1.10^{-3}$ Primer orden a viento

distorsión

$\frac{2\varepsilon}{sen2\alpha} = \theta$; W = K . θ ⟹ $P_K = K = \frac{W}{\theta} = 15m.\frac{3}{2}.6m.1\frac{KN}{m^2}.\frac{1}{\theta_0} = 53607KN$

Fuerza total del viento

Rigidez para esfuerzo horizontal

8.- ¿Cuál es el factor de ampliación β que cabe esperar si la estructura tiene en cabeza una flecha inicial δ_0 de 2 cm?

$$\theta_0 = \frac{2}{1500} = \frac{1}{750}$$

Tenemos dos arriostramientos efectivos para cada dirección ortogonal al viento.

Losa ⟹ 0,3 m.25 KN / m^3 = 7,5 KN / m^2 Prescindimos de otras concargas ya que hemos tomado sobrecargas muy altas que ya engloban estos factores.

$$\beta = \frac{1}{1 - \frac{P}{P_K}} \; ; \quad P = \frac{5}{2}(3B)^2.\left(\underbrace{6}_{sobrecarga} + \underbrace{7{,}5}_{losa}\right) + \frac{1}{2}.3.B.\underbrace{4}_{pisos}.\underbrace{4}_{caras}.11 = 12519KN$$

Carga crítica: $W = P_K.\theta = P_K\frac{1}{750}$ ⟹ $P_K = 750.W$

$W = \frac{15.B.3}{2}.1 = 135KN$ ⟹ $P_K = 101250KN$

$$\beta = \frac{1}{1 - \frac{P}{P_K}} = \frac{1}{1 - \frac{12519}{101250}} = 1{,}14$$

β = 1,14

9.- Indicar cuál deberá ser el factor de sobredimensionado de las diagonales, supuesto éste uniforme, para que el desplazamiento final en cabeza sea menor de 3 cm ; siendo el inicial de 2,5 cm.

$$\theta_0 = \frac{2{,}5}{1500} = \frac{2\varepsilon_0}{sen2\alpha}$$

$$\beta.\theta_0 = \theta_F \; ; \quad \beta = \frac{3}{2{,}5} = 1{,}2$$

$$\beta = \frac{W}{W - P\theta_0} \; ; \quad \begin{cases} \beta.W - \beta.P.\theta_0 = W \\ \beta.W - W = \beta.P.\theta_0 \end{cases}$$

$$\frac{W.(\beta-1)}{\beta.P}=\theta_0$$

$$W=15.\frac{3B}{2}.1KN$$

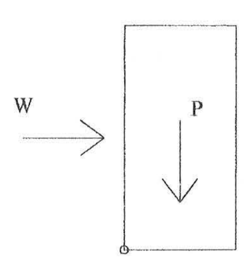
Carga del cerramiento + sobrecargas + concargas $P=12519KN$

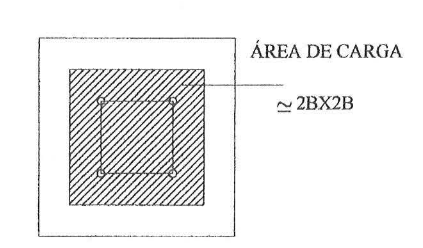
$$\theta_0=\frac{(1,2-1).15.3.B}{1,2.2.12519}=\frac{2\varepsilon_0}{sen2\alpha} \Longrightarrow \text{Sacamos } \varepsilon_0 \Longrightarrow \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_0}=\gamma \quad \text{Sobredimensionado}$$

$$\varepsilon_0=\frac{sen2\alpha}{2}.\frac{0,2.45.B}{2,4.12519}=7,18.10^{-4}$$

$\boxed{\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_0}=\gamma=1,82}$ Es decir, el control de la rigidez nos conduce a un sobredimensionado de las diagonles.

10.- Calcular la dimensión de la base B para que la seguridad al vuelco sea de 1,5. Se considerará que la cimentación no es capaz de soportar tracciones. (Se suponen soportes sólo en el perímetro exterior y en las esquinas del núcleo).





A cada soporte central llegará una carga aproximada de:

$$P=\frac{2B.2B}{4}.(7+6,5)KN \Longrightarrow \text{P = 486 KN Por soporte}$$

Para que no vuelque como sólido rígido, el momento estabilizador en el núcleo debe ser mayor o igual que el desestabilizador.

$M_{desest} \leq M_{estab}$

$$W.\frac{15M}{2}.\underbrace{1,5}_{\gamma}=P.B=2916KN.m$$

$$W=\frac{15.18}{2}1\frac{KN}{m^2}=135KN$$

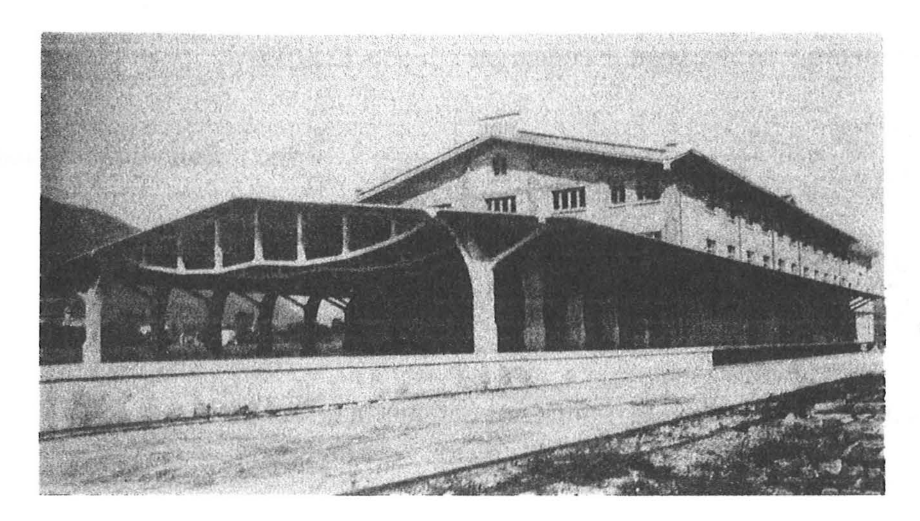
$$15.\frac{3.B}{2}.15.1,5=13,5.B^2.B$$

$$\sqrt{\frac{15^2.3.1,5}{2.13,5}}=B$$

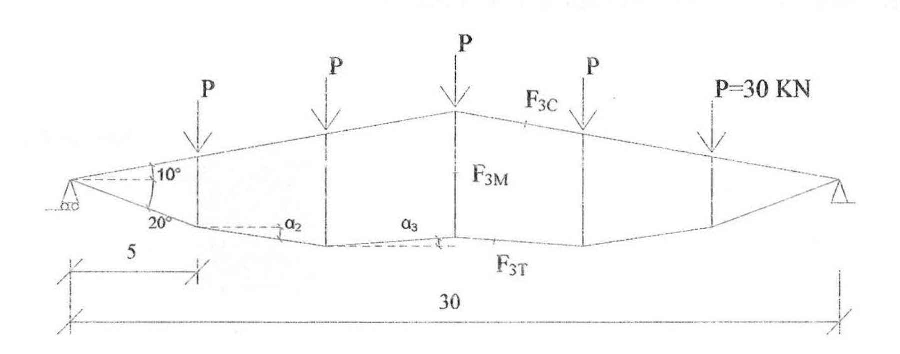
$\boxed{B = 6,123 \text{ m}}$

EJERCICIOS 3,4,5,6 Y 7 (TEST 7 CURSO 99 – 00).

Todas las siguientes preguntas tratan sobre una estructura similar a la empleada por Maillart en el Magazzini Generali, Chiasso (1924).

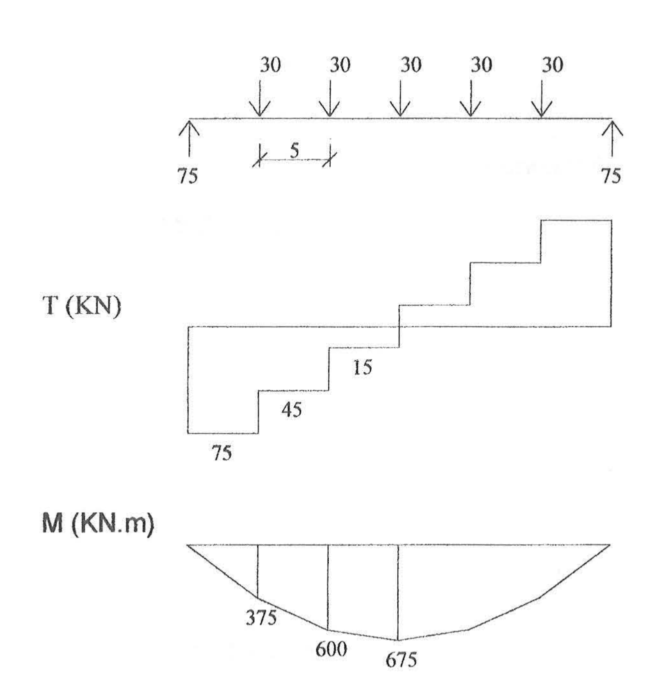


Nos hemos quedado con el tramo central que puede considerarse como biapoyado.

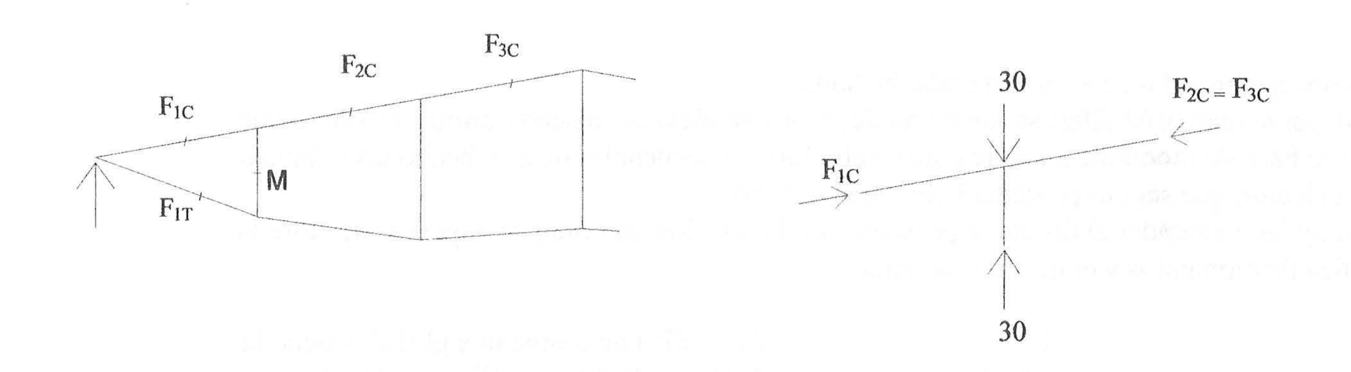


La estructura se va a diseñar de modo que, para carga uniforme, los esfuerzos de compensación entre los montantes verticales sean nulos, apareciendo estos últimos para trasladar la carga al cordón inferior, y permitiendo así el cambio de dirección de dicho elemento. Es decir, para carga uniforme la estructura será de tipo funicular.
La cubierta está hecha con una losa de hormigón armado. Al formarse con nudo rígido **la estructura funciona como una Vierendeel para alternancia de carga** (viento en este caso). Dada la gran cantidad de peso propio de la estructura esta hipótesis no tiene excesiva importancia y en el diseño de la estructura manda el estado de la carga uniforme.
Fijando la pendiente (10º) del cordón superior tenemos infinitas posibilidades en el trazado del cordón inferior. Al fijar el ángulo de arranque del inferior con la horizontal (20º), ya sólo tenemos un trazado que cumpla la condición que hemos impuesto a este diseño.
Con estas hipótesis se pide:

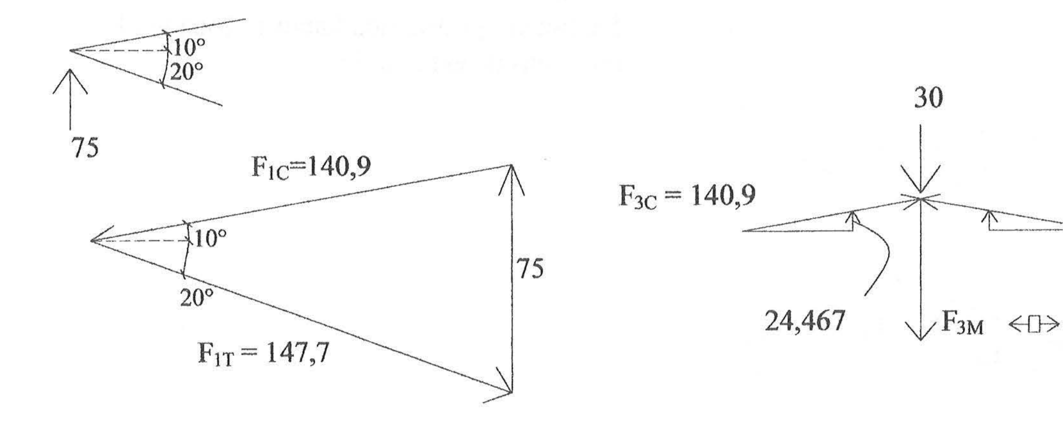
3.- Calcular el ángulo α_2
4.- Calcular el ángulo α_3
5.- Calcular el axil F_{3C} (KN)
6.- Calcular el axil F_{3T} (KN)
7.- Calcular el axil F_{3M} (KN)



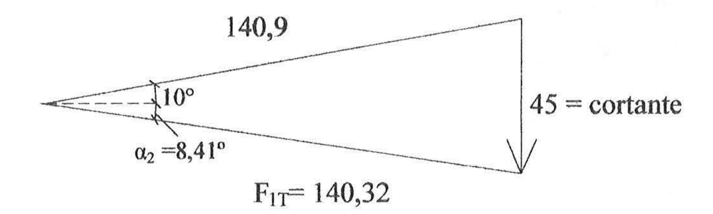
Resolución gráfica:



$$F_{3M} = 24,467.2 - 30 = 18,9KN$$

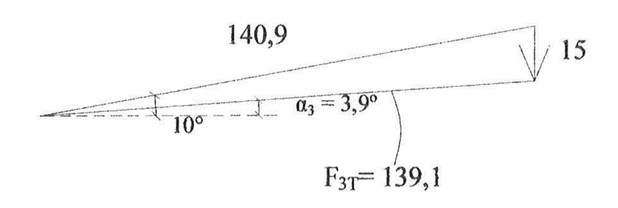


Segundo tramo:



$\alpha_2 = 8{,}41°$

Tercer tramo:



$\alpha_3 = -3{,}9°$

La concepción del diseño es, sin duda, brillante.
Al llegar al apoyo, Maillart se toma una licencia y se aleja del diseño óptimo. Es obvio que esto se hace de modo plenamente consciente. Las consecuencias de este hecho las dejamos par el lector, que seguro procederá con buen criterio.
Es muy fácil entender el diseño si pensamos en la relación de semejanza que existe entre la gráfica de momentos y el trazado funicular.

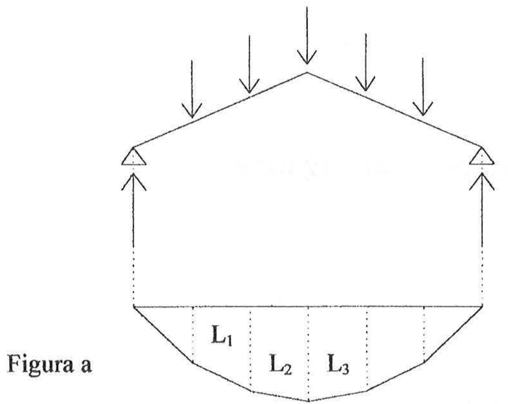
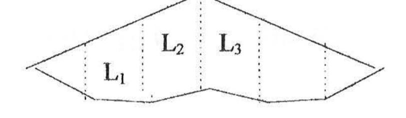


Figura a

La gráfica de momentos globales tiene la forma de la figura a. Si se acotan dichos valores sobre un faldón de cubierta inclinado (figura b) nos encontramos con el diseño de Maillart.
De hecho, podríamos haber enfocado el ejercicio de este modo.

Figura b



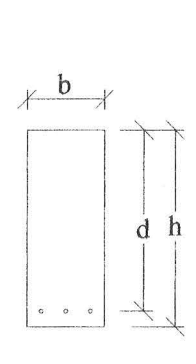
EJERCICIO 1 (TEST Nº 2 CURSO 99-00).

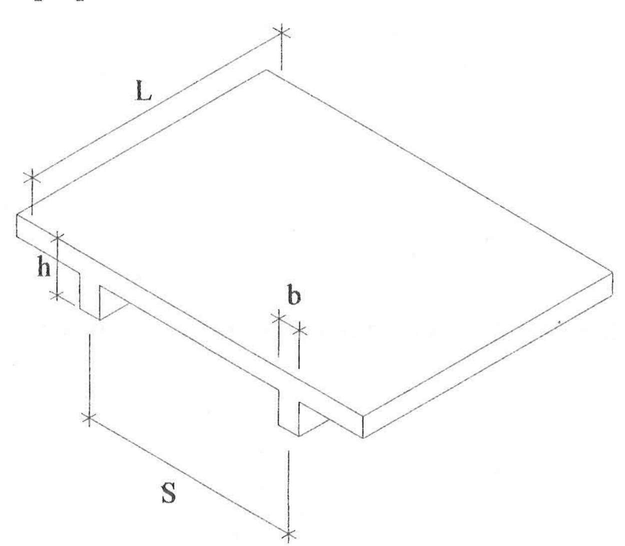
¿Cuál será el tamaño máximo de la viga (alcance máximo), sometida a su peso propio en la solución planteada, si la esbeltez de las vigas es de 20?

(Respuesta $L_{máx}$ en m). La viga tiene continuidad en ambos extremos .

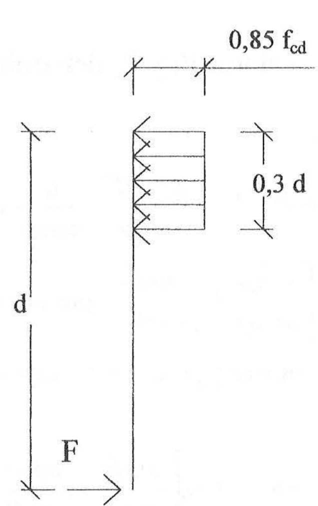
$$\lambda = \frac{L}{d} = 20$$

El tamaño máximo de la estructura es aquel para el cual sólo es capaz de resistirse a sí misma. Es decir, toda la carga es peso propio.





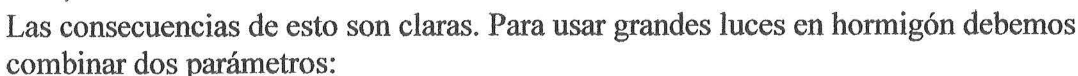
Dada la esbeltez, suponemos que el fallo se produce a momento. En el límite, el momento estabilizador es igual al momento solicitante.
Tomaremos un bloque de compresión de 0,3.d que corresponde a diseños razonables.



M_{resist}= 0,85 f_{cd}. b. 0,3 d. 0,85 d
σ = 0,85 f_{cd}
F = 0,85 f_{cd}. b. 0,3 d
z = 0,85 d

M_{sol} = M_{resist} Tomaremos $M_{sol} = \frac{q.L^2}{12}$, por estar la viga en continuidad.

$$0{,}85.1{,}6.b.d.25\frac{KN}{m^2}.L.L.\frac{1}{12} = f_{cd}\,0{,}85^2.0{,}3.b.d.d$$



$$\underbrace{\frac{200.10^2}{1{,}5}}_{\gamma_f}.\frac{0{,}85.0{,}3.12}{1{,}6.25}.\frac{1}{\lambda} = L = 51m$$

Las consecuencias de esto son claras. Para usar grandes luces en hormigón debemos combinar dos parámetros:

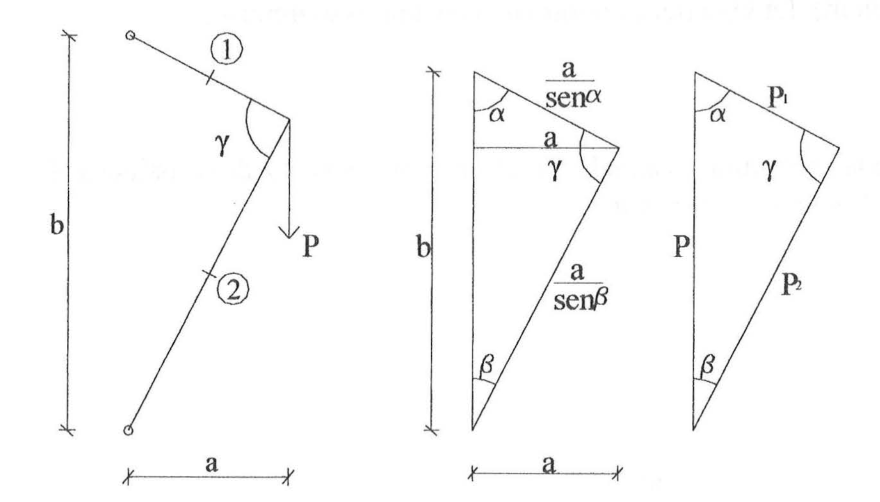
a-) Secciones huecas en doble T o cajón que reduzcan el peso propio.

b-) Empleo del pretensado, lo que modifica completamente el concepto.

Si observamos cualquier gran estructura de hormigón veremos que cumple estas dos condiciones.

EJERCICIO 1 .

Hallar el ángulo γ para que la estructura sea óptima. (Sin considerar el pandeo).



Aplicaremos el teorema del seno para hallar los valores P_1 y P_2:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{P_1}{sen\beta} = \dfrac{P}{sen\gamma} \\ \dfrac{P_2}{sen\alpha} = \dfrac{P}{sen\gamma} \end{array}\right\} \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} P_1 = \dfrac{Psen\beta}{sen\gamma} \\ P_2 = \dfrac{Psen\alpha}{sen\gamma} \end{array}\right.$$

Con dichos valores P_1 y P_2 determinaremos la cantidad de estructura, ω, como:

$$\omega = \omega_1 + \omega_2$$

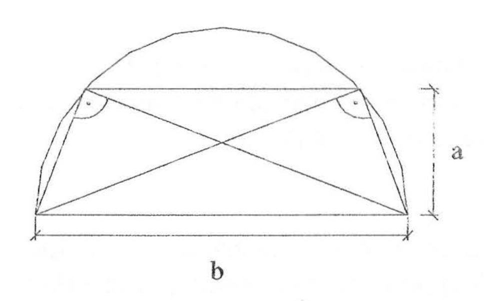
$$\omega = P_1 \cdot L_1 + P_2 \cdot L_2 = \frac{Psen\beta}{sen\gamma} \cdot \frac{a}{sen\alpha} + \frac{Psen\alpha}{sen\gamma} \cdot \frac{a}{sen\beta}$$

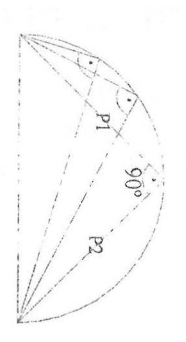
$$\omega = \frac{P \cdot a}{sen\gamma} \cdot \left[\frac{sen\beta}{sen\alpha} + \frac{sen\alpha}{sen\beta}\right]$$ para obtener el óptimo derivamos respescto al parámetro γ. En esta derivación α y β son constantes.

$$\frac{\partial\omega}{\partial\gamma} = 0 \quad \Rightarrow \quad \underbrace{P.a.\left[\frac{sen\beta}{sen\alpha} + \frac{sen\alpha}{sen\beta}\right]}_{\text{constante k}} . \frac{\partial\omega}{\partial\gamma} . \left(\frac{1}{sen\gamma}\right) = 0$$

$$k.\left(\frac{-1.\cos\gamma}{sen^2\gamma}\right) = 0$$

$$\left(\frac{-1.\cos\gamma}{sen^2\gamma}\right) = 0 \Rightarrow \cos\gamma = 0 \Rightarrow \gamma = 90^{\circ}$$

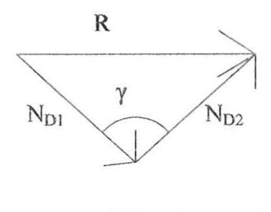


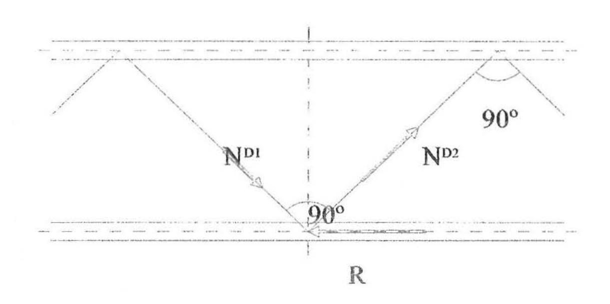


Dados a y b y el arco capaz permite obtener la geometría óptima.

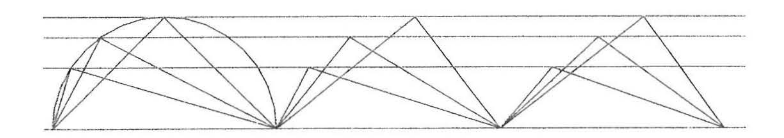
El lugar geométrico definido por los 3 vértices es un arco capaz

En las cerchas sabemos que la solución óptima (sin pandeo) es de 45º, que cumple la condición anterior. En este caso, la carga P vendría representada por un esfuerzo rasante R, igual a la suma de las componentes horizontales de N_{D1} y N_{D2}:

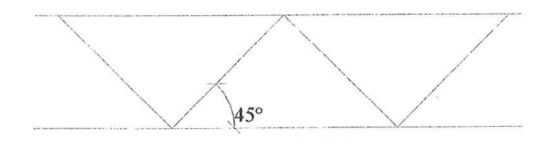




En el caso de la cercha, si fijásemos el canto y la distancia entre cargas, tendríamos también una triangulación óptima.



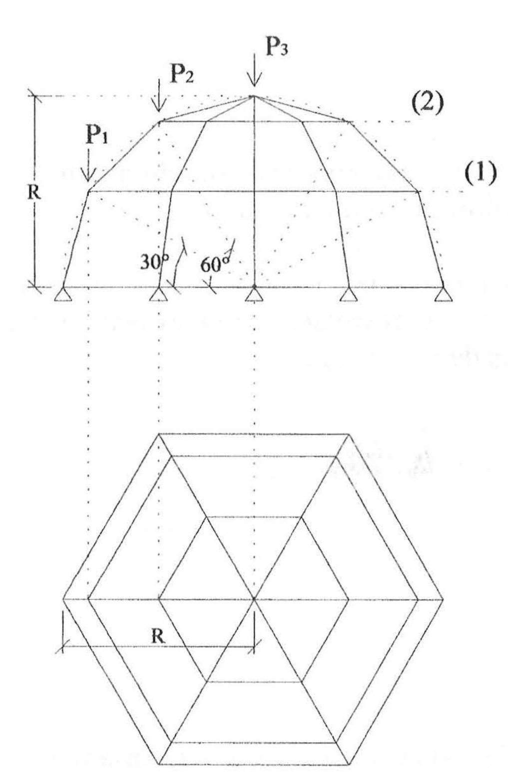
No obstante, el problema en este caso (y como ya hemos visto en otro ejercicio) no está planteado correctamente.



Lo que hay que hacer no es fijar la distancia entre cargas, sino directamente el ángulo de la triangulación, que debe estar entorno a 45º
(el óptimo ≈ 60º, si se considera pandeo).

EJERCICIO 3 (TEST 10 CURSO 98 – 99)

La cúpula de la figura se forma a base de meridianos y paralelos. Los paralelos son hexágonos. Las cargas se sitúan en los vértices formados por la intersección de meridianos y paralelos. Todos los vértices se inscriben en una semiesfera según la figura.



La carga será la misma por paralelos ; de modo que en el paralelo (1) todos los nudos tienen la carga P_1, en el (2) todos tienen P_2 y en la clave la carga será P_3.

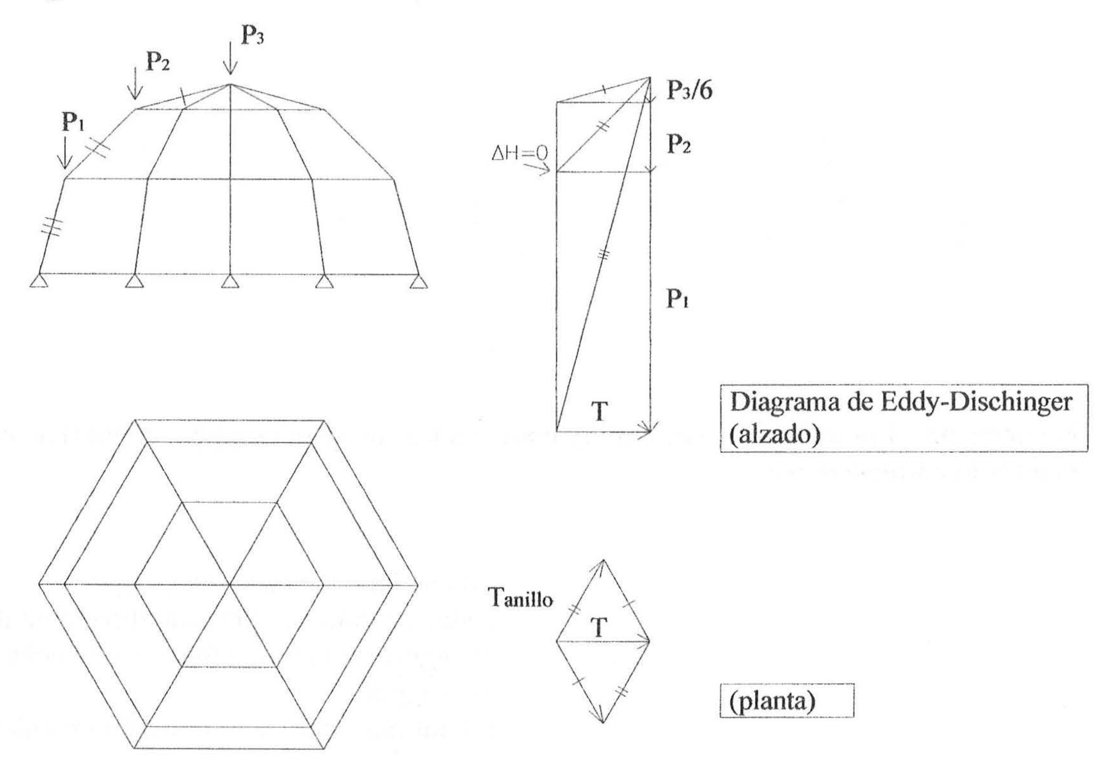
Se pide, para una condición de diseño de que los paralelos (1) y (2) no trabajen, determinar la relación:

a) $$\frac{P_2}{P_1 + P_2 + P_3}$$

b) $$\frac{P_3}{P_1 + P_2 + P_3}$$

c) Valor de la tracción del anillo inferior si la fuerza P_3 = 10 KN

Resolución gráfica:



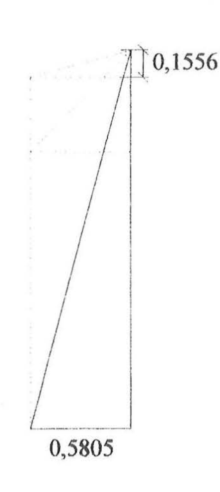
Los valores de $\frac{P_i}{\sum P_i}$ se pueden sacar del diagrama de Edyy - Dischinger. No dependen ni del tamaño de la estructura ni de la magnitud de la carga; es un problema de equilibrio puramente geométrico.

a y b) Tomando una escala cualquiera obtenemos los valores de $\frac{P_i}{\sum P_i}$ midiendo:

$$\frac{P_2}{\sum P_i} = 0{,}196$$

$$\frac{P_3}{\sum P_i} = \frac{6 \cdot \frac{P_3}{6}}{\sum P_i} = \frac{6 \cdot 0{,}1556}{\sum P_i} = 0{,}4307$$

Tracción en el anillo.



$P_3 = 10$ kN

$$\frac{0{,}1556}{0{,}5805} = \frac{P_3}{6} \cdot \frac{1}{T} = \frac{10}{6} \cdot \frac{1}{T}$$

$$T = 6{,}217 KN$$

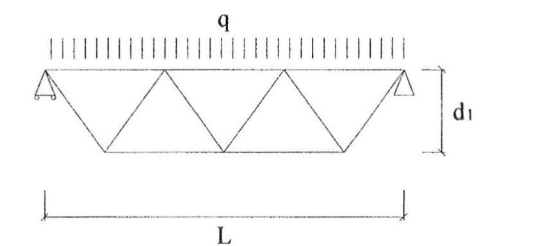
Tanillo 60° 60° 60°

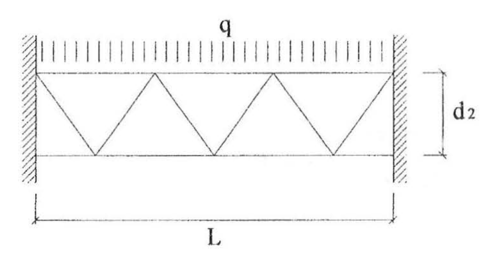
T

$T = T_{anillo}$

EJERCICIO 1 (TEST 6 CURSO 99 – 00)

Para las dos cerchas de la figura, si se usa diseño elástico y dimensionado constante, establecer la relación entre ambos cantos d_1/d_2, de modo que el consumo a momento sea el mismo.





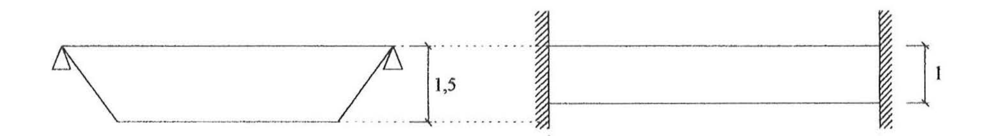
El consumo a momento es proporcional a la esbeltez λ y al momento isostático M_I.

$\omega = k \cdot M_I \cdot \lambda$

$$\omega_1 = 2.M_I\lambda_1 \qquad \qquad \omega_2 = \frac{4}{3}.M_I\lambda_2$$

$$\left.\begin{aligned} 2\lambda_1 &= \frac{4}{3}.\lambda_2 \\ 2.\frac{L_1}{d_1} &= \frac{4}{3}.\frac{L_2}{d_2} \end{aligned}\right\} \quad L_1 = L_2 = L \Longrightarrow \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = \frac{d_1}{d_2}$$

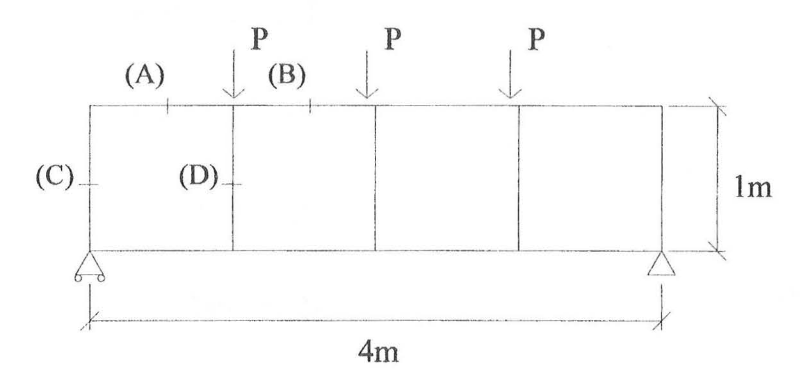
$$\boxed{\frac{d_1}{d_2} = \frac{3}{2}}$$



Es decir, las condiciones de contorno no suponen ninguna ventaja en cuanto a consumo de material por sí mismas.
No obstante, empotrar permite hacer estructuras óptimas de más esbeltez, y esto es especialmente útil en edificación.

EJERCICIOS 5,6,7,8,9,10,11,12 (TEST 6 CURSO 99 – 00)

Las siguientes preguntas tratarán sobre la estructura Vierendeel, dimensionada con barras de canto constante.

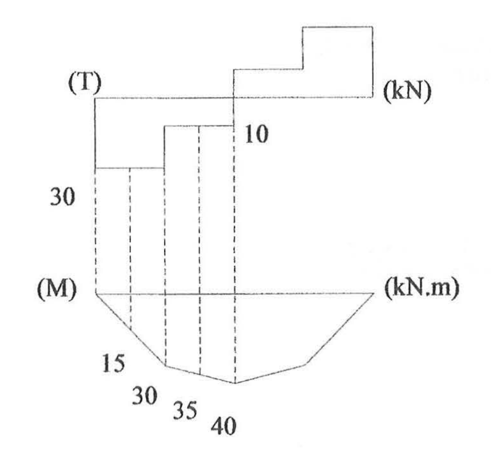


Usaremos la simplificación (bastante exacta si el diseño es correcto) de considerar que en los puntos medios de montantes y diagonales el **momento local** es nulo. En las barras de los apoyos es donde existirá una pequeña desviación.

P = 20 kN

Se pide:

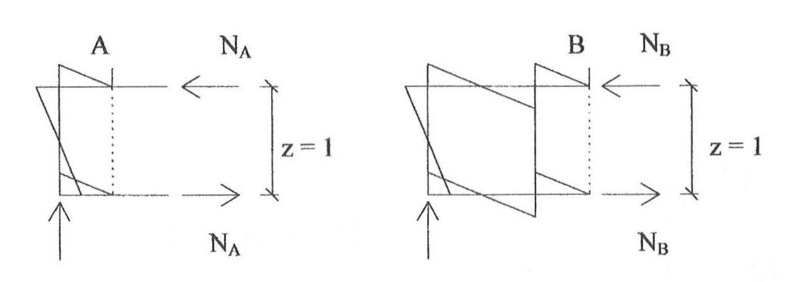
4.- Valor del axil en la barra A.
5.- Valor del axil en la barra B.
6.- Valor del axil en la barra C.
7.- Valor del axil en la barra D.
8.- Valor del momento máximo en la barra A.
9.- Valor del momento máximo en la barra B.
10.- Valor del momento máximo en la barra C.
11.- Valor del momento máximo en la barra D

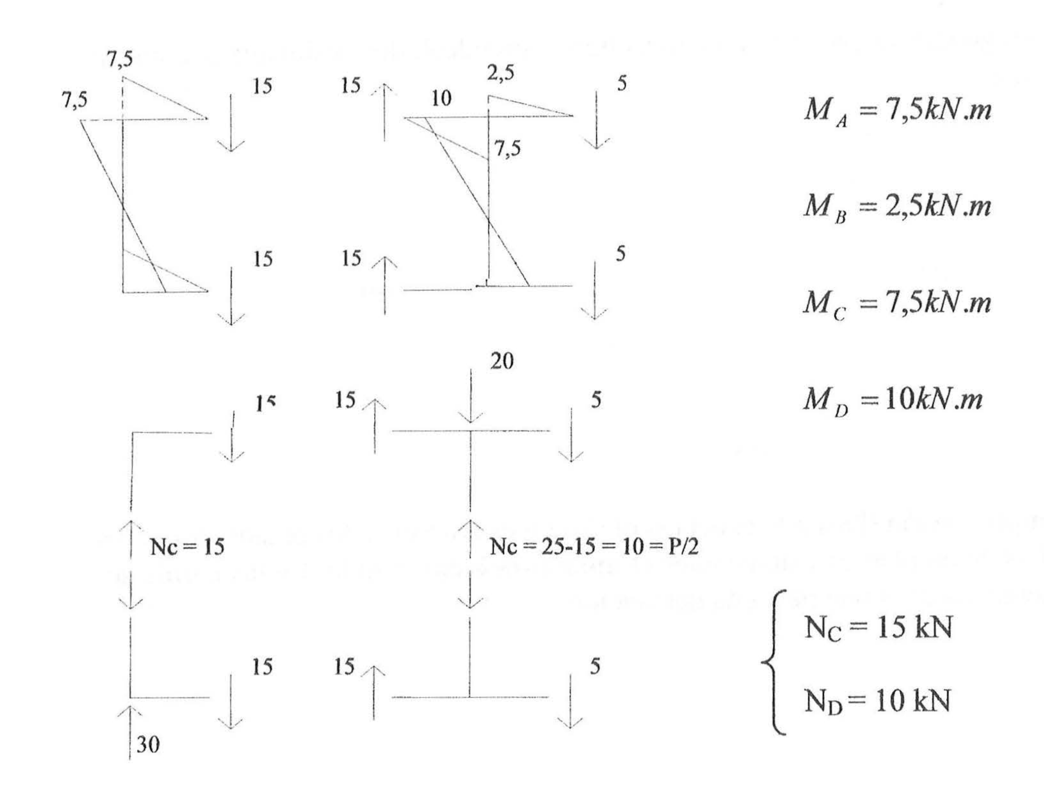


Axil A:

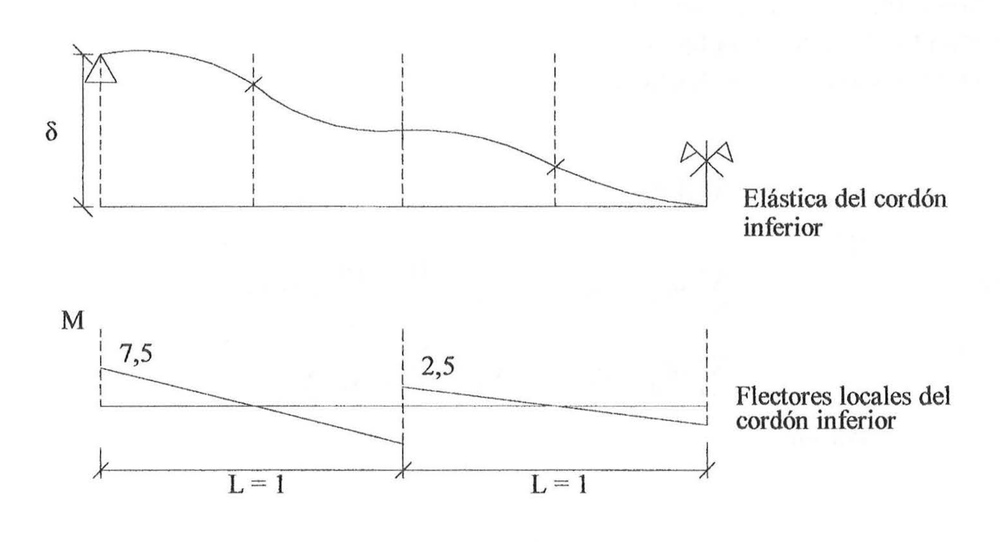
$$\sum M_A = 0; \qquad N_A = \frac{M}{z} = \frac{15}{1} = 15kN$$

$$\sum M_B = 0; \qquad N_B = \frac{35}{1} = 35kN$$



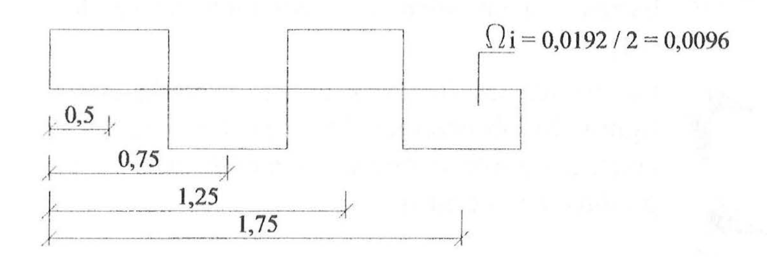


12.- Calcular el valor de la deformación máxima (considerando sólo la deformación a momento local de las barras) si la esbeltez de cordones y montantes es de 12 y el dimensionado es estricto con acero de $\varepsilon = 0{,}8\ .10^{-3}$.(Recordemos que en este tipo de estructuras esta es la deformación relevante).



$$\left.\begin{aligned} \frac{M}{EI} &= \frac{2.\varepsilon}{h} \\ \lambda = 12 &= \frac{1}{h} \end{aligned}\right\} \qquad \frac{2.\varepsilon}{h} = 2.\varepsilon.12 = 24.0{,}8.10^{-3} = 0{,}0192 = \chi$$

Si el dimensionado es estricto, como el canto de las barras es constante, también es constante.



Gráfica de la curvatura del cordón inferior.

Aplicando el segundo teorema de Mohr:

$$\delta = A_1.1{,}75 - A_1.1{,}25 + A_1.0{,}75 - A_1.0{,}5 = A_1.\left(\underbrace{1{,}75 + 0{,}75 - 1{,}25 - 0{,}5}_{-0{,}75}\right)$$

$$\delta = 0{,}0072m$$

$$\boxed{\delta = 7{,}2mm}$$

El valor de $\left(\frac{\delta}{L}\right)$ global será:

$\frac{\delta}{L} = \frac{7{,}2}{4000} = \frac{1}{555}$, valor más que aceptable.

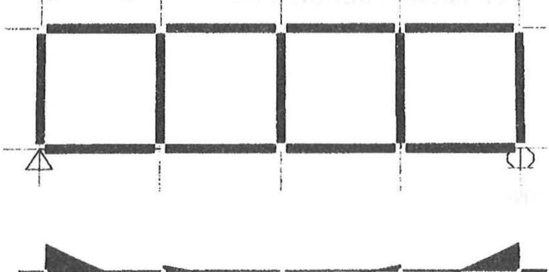
No obstante, en este caso hay dos circunstancias que permiten obtener un valor de δ/L razonable:

a.- La esbeltez local de las barras λ = 12 es baja.

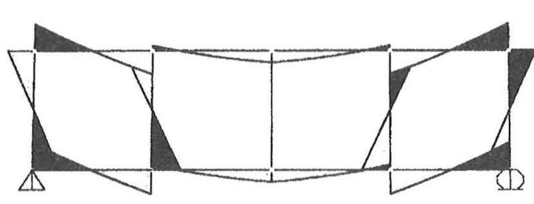
b.- La esbeltez global λ = 4 también es baja.

En casos usuales estos valores son más altos, por lo que tendremos que sobredimensionar la estructura para cumplir rigidez.

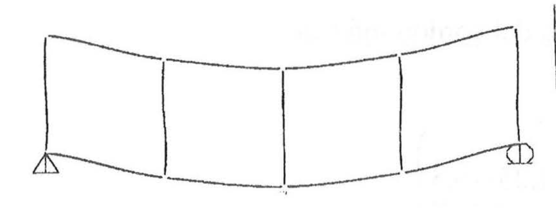
El método empleado, considerando los puntos de momento local nulo en el centro de las barras, es una simplificación que generalmente va en contra de seguridad. El grado de aproximación depende de la relación de rigidez de las barras. Seguramente expliquemos mejor el problema con un caso práctico.



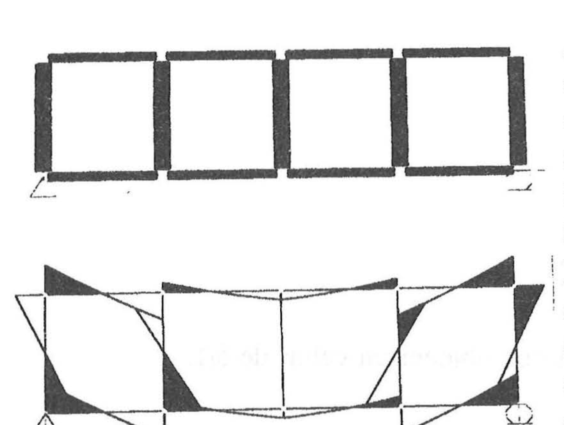
La estructura Viereendel de la figura está formada por recuadros cuadrados y tiene cargas puntuales iguales en todos los nudos del cordón superior. Las secciones de todas la barras son las mismas, y por tanto su rigidez (EI).



La gráfica de flectores podemos verla en la figura. Si observamos los cordones centrales, podemos apreciar que el momento nulo no se produce en el centro.

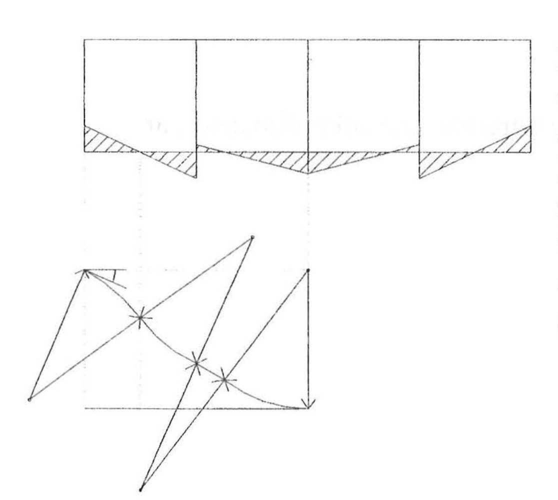


Al desplazarse ese punto de momento nulo; en la hipótesis de dimensionado estricto se va producir un giro en el nudo del los apoyos, y por tanto un incremento de deformación respecto a la consideración de momentos nulos en el centro de las barras. (ver figura del final de la página)



Ahora podemos hacer un cambio en el dimensionado de los montantes, aumentando su canto (en este caso al doble). Es obvio que al reducir la deformación de estas barras bajará la del conjunto, pero además varía el reparto de flectores.

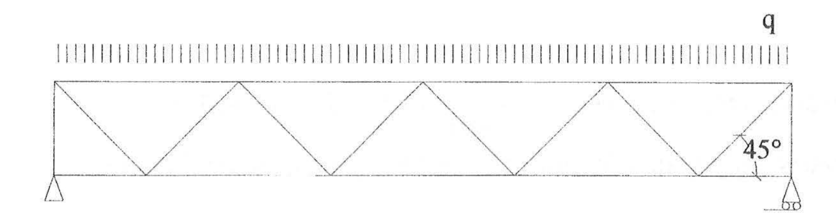
La gráfica de flectores del cordón inferior empieza a acercarse muchísimo a la hipótesis que hemos considerado. Es decir, como ya dijimos, lo que influye es la relación de rigidez de las barras (su EI y su tamaño)



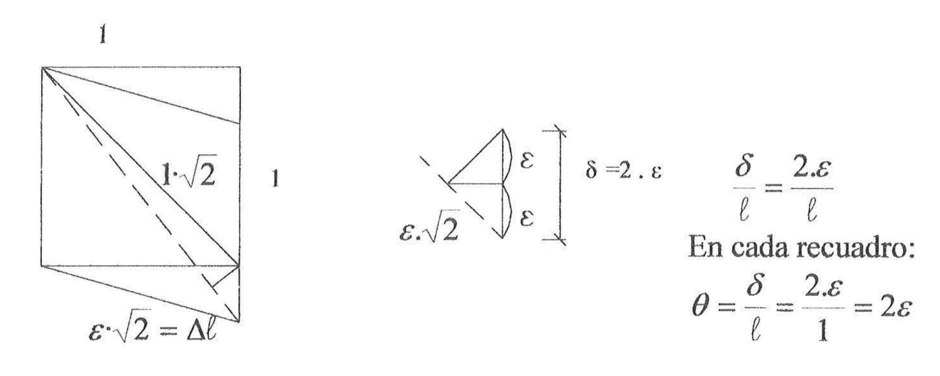
En esta otra figura podemos ver gráficamente como sería la deformación del cordón inferior, con dimensionado estricto, para el caso en que la barra del cordón central no está en el punto medio. Se puede ver claramente que es inevitable el giro del nudo del apoyo y el consecuente incremento de las deformaciones globales.

EJERCICIO 2 (TEST 6 CURSO 99 – 00)

2.- Determinar el valor de la deformación relativa máxima para la cercha de la figura, para un material de tensiones admisibles 173 N / mm^2 y dimensionado estricto.

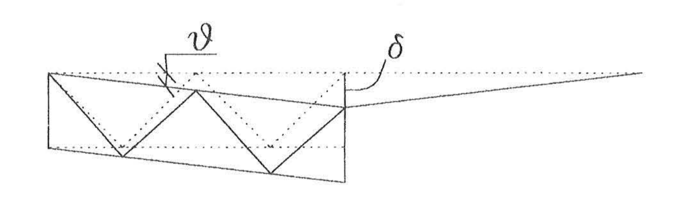


Tomando un recuadro de lado = 1



Esto sucede en todos y cada uno de los recuadros, ya que ε = cte. al ser dimensionado estricto.

En la estructura completa:



$$\theta = \frac{\delta}{L/2} = 2 \cdot \varepsilon \quad \Longrightarrow \quad \frac{\delta}{L} = \varepsilon = 0{,}8 \cdot 10^{-3} = \frac{1}{\underline{1250}}$$

Es decir, θ_i sólo depende del dimensionado y de la geometría del recuadro. El tamaño y el nº de recuadros no influye. Es una cuestión geométrica.

Si la deformación total admisible es de $\left(\frac{\delta}{L}\right)=\frac{1}{300}$ (como es usual en este tipo), las diagonales consumen $\frac{1}{1250}$ como máximo. (Será algo menor, ya que hemos considerado el pandeo).

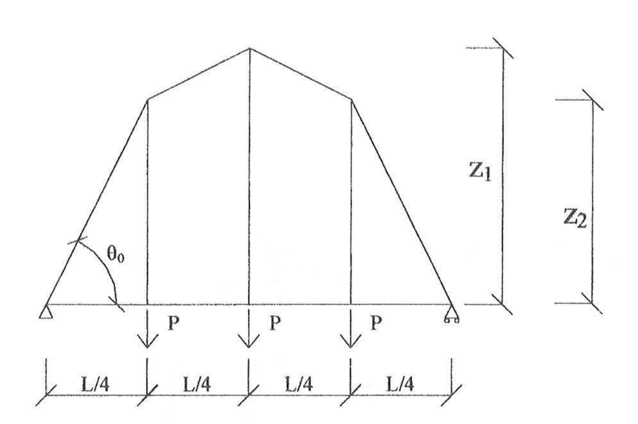
Los cordones deben provocar como máximo, entonces, una deformación relativa de:

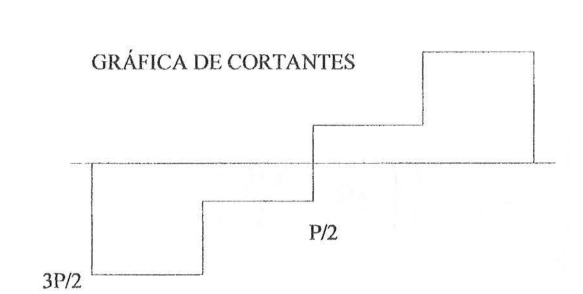
$$\left(\frac{\delta}{L}\right)_{cordones}=\frac{1}{300}-\frac{1}{1250}=\frac{1}{394}$$

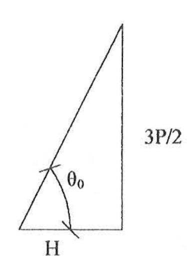
La esbeltez límite con dimensionado estricto es de $\lambda=10\cdot\frac{500}{394}=12{,}6$. Es decir, las cerchas con diagonales a 45º tendrán esbelteces de entre 12-15. (Ya que el dimensionado nunca es estricto).

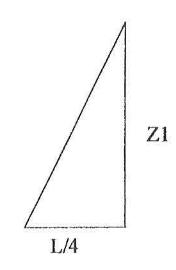
EJERCICIO 3 (TEST 5 CURSO 99 – 00)

¿Cuál es la esbeltez óptima del arco antifunicular de la figura? Con y sin considerar pandeo.

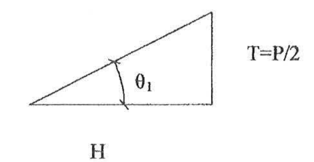




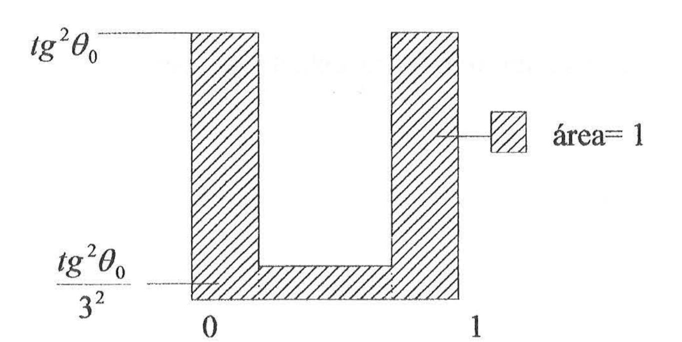




$$\operatorname{tg}\theta_0 = \frac{3P}{2}.\frac{1}{H}$$



$$\operatorname{tg}\theta_1 = \frac{P}{2}.\frac{1}{H} = \frac{P}{2}.\frac{1}{H}.\frac{3}{3} = \frac{\operatorname{tg}\theta_0}{3}$$



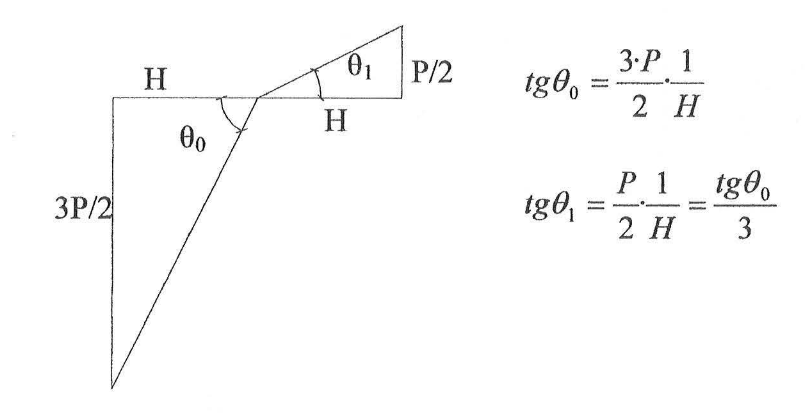
$$1 = \int_0^1 \operatorname{tg}^2 \theta . d\left(x/L\right)$$

Condición de óptimo sin pandeo

$$1 = 2tg^2\theta_0 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{tg^2\theta_0}{9} \cdot \frac{1}{4}$$

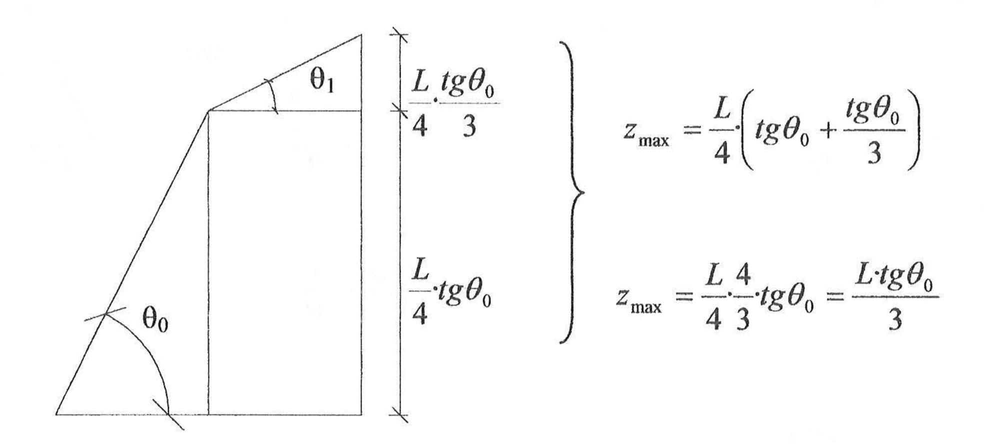
$$1 = \frac{9tg^2\theta_0}{18} + \frac{tg^2\theta_0}{18} = \frac{10}{18} \cdot tg^2\theta_0$$

$$\boxed{\sqrt{\frac{18}{10}} = tg\ \theta_0}$$



$$tg\theta_0 = \frac{3 \cdot P}{2} \cdot \frac{1}{H}$$

$$tg\theta_1 = \frac{P}{2} \cdot \frac{1}{H} = \frac{tg\theta_0}{3}$$



$$\frac{L}{4} \cdot \frac{tg\theta_0}{3}$$

$$\frac{L}{4} \cdot tg\theta_0$$

$$z_{\max} = \frac{L}{4} \cdot \left(tg\theta_0 + \frac{tg\theta_0}{3} \right)$$

$$z_{\max} = \frac{L}{4} \cdot \frac{4}{3} \cdot tg\theta_0 = \frac{L \cdot tg\theta_0}{3}$$

La esbeltez será:

$$\lambda_{opt} = \frac{L}{z_{\max}} = \frac{L}{L \cdot \frac{tg\theta_0}{3}} = \frac{3}{tg\theta_0} = \frac{3\sqrt{10}}{\sqrt{18}} = \sqrt{5} = \underline{2{,}23}$$

Con pandeo $\lambda_{rreal} \approx 2\lambda_{opt} = 2 \cdot \sqrt{5} \approx 4{,}47 \approx 5$

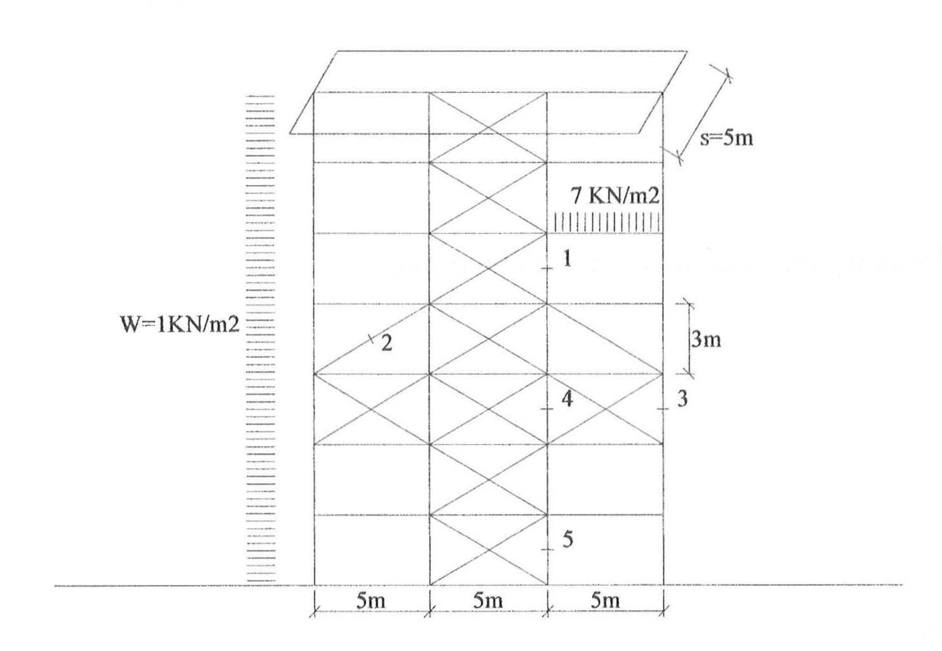
Puede comprobarse que las grandes estructuras de este tipo tienen una esbeltez de ese orden.

EJERCICIOS 1,2,3,4 Y 5 (TEST Nº 9 CURSO 99-00)

El bloque de viviendas de la figura se va a hacer con estructura metálica (nudos no rígidos), acero en soportes y viga plana de hormigón. Si la carga por planta vertical es de 7 KN/m^2 y la de viento de1 KN/ m^2, y para un único arriostramiento triangulado como el de la figura.

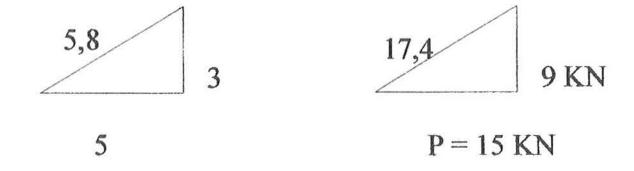
Se pide:

1.- Esfuerzo normal de servicio en 1.
2.- Ídem en 2.
3.- Ídem en 3.
4.- Ídem en 4.
5.- Ídem en 5.

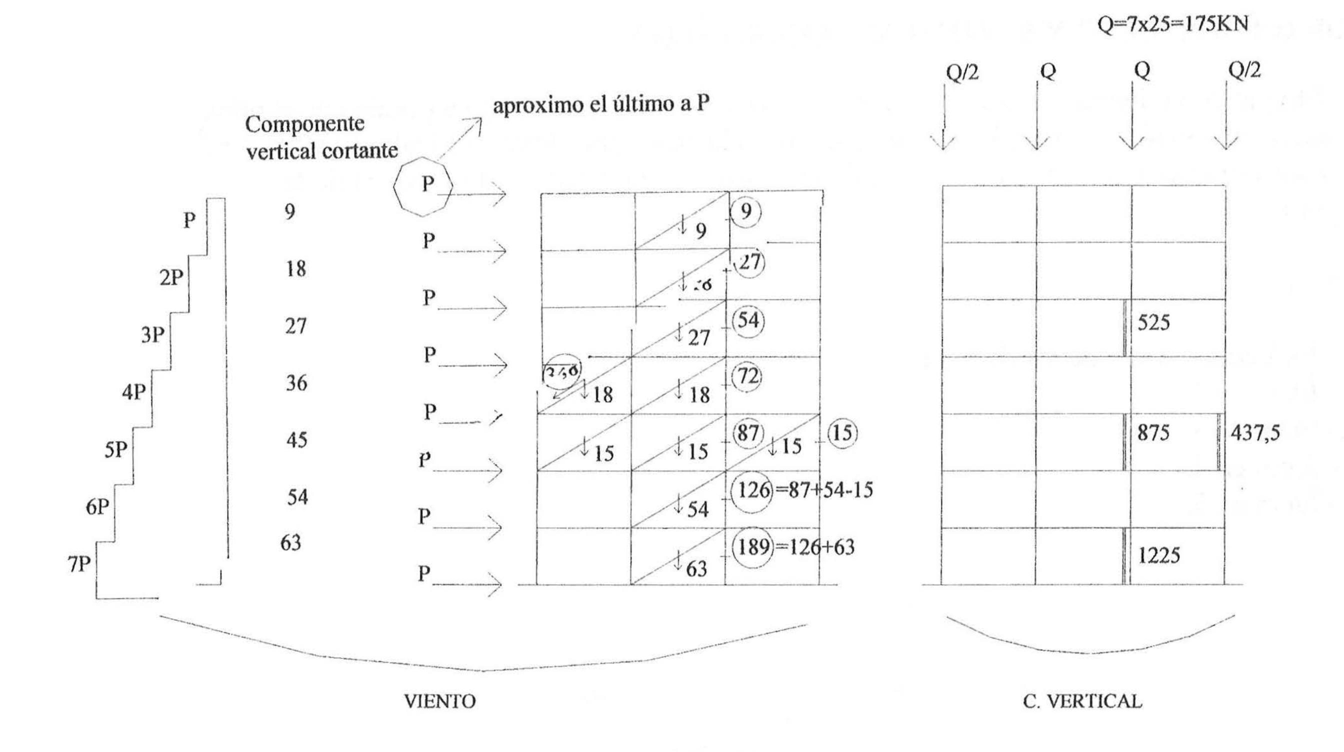


Respuesta global a todas las cuestiones:
Los arriostramientos son simétricos, lo que vale para una dirección vale para la otra.
La carga de viento puntual P en cada planta será:

P = 1.3.5 =15 KN



Esto quiere decir que en cada planta el soporte al que llega la diagonal recibe 9 kN por cada cortante = P. De este modo, podemos calcular los axiles en los soportes sin demasiado esfuerzo.



Sumando los efectos del viento y los de la carga vertical obtenemos:

1 = 524+54 =**579 KN**

2 = **34,8 KN**

3 =437,5+15 = **452,5 KN**

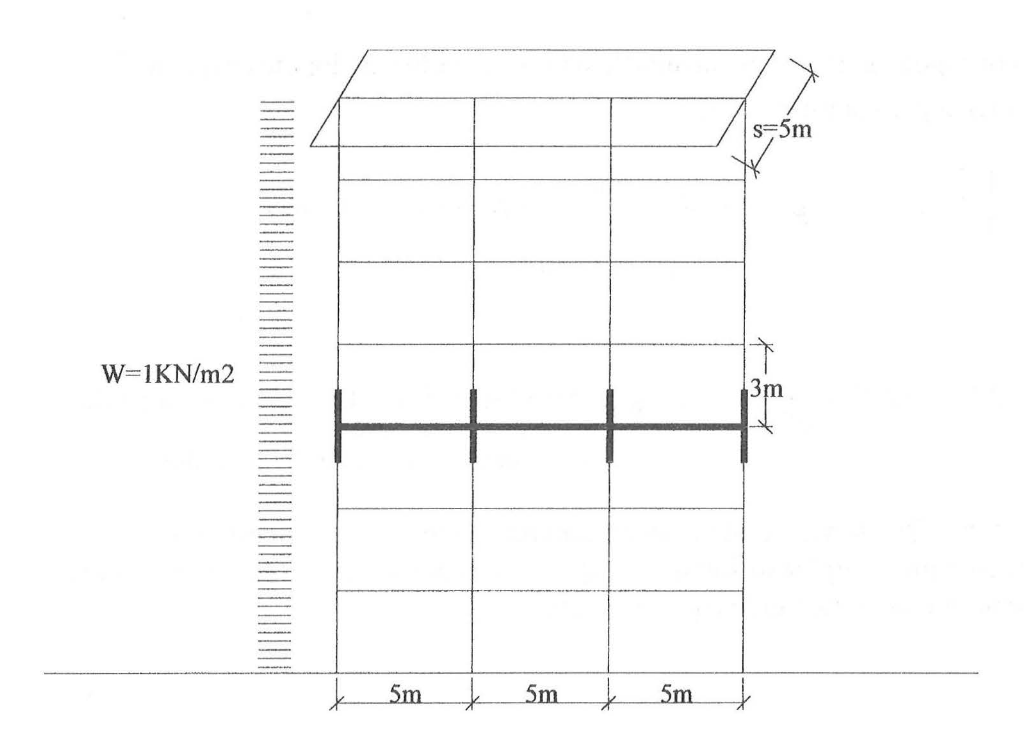
4 = 875+87 = **962 KN**

5 = 1225+189 = **1414 KN**

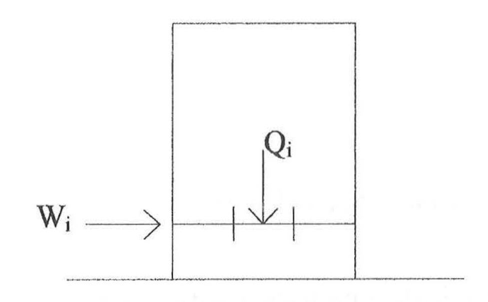
Todas los esfuerzos son de compresión menos el (2)

EJERCICIO 6 (TEST Nº 9 CURSO 99-00)

El bloque de viviendas de la figura se va a hacer de nudos rígidos con acero en soportes y vigas de hormigón (ambos de resistencias convencionales). La carga por planta vertical es 7 KN/m^2 , y la de viento de 1 KN/m^2.



Asumiremos la hipótesis de diseño de articulaciones en puntos medios de los soportes. Las vigas van a ser todas planas y el forjado será de (22+4). También supondremos que la deformación longitudinal máxima unitaria debida a viento va a ser la misma en soportes y en vigas; estimar el canto aproximado de los soportes de planta primera y segunda para que la deformación relativa inicial entre dichas plantas sea de 1/750.



$$Q_i = 15m.7\frac{KN}{m^2}.5m.6 = 3150KN$$

$$W_i = 5.3m.1\frac{KN}{m^2}.5m = 75KN$$

$$\varepsilon_{vi} = \varepsilon_{máx} \cdot \left(\frac{m_i}{m_i + m_g} \right)$$

$$\frac{m_i}{m_g} = \frac{Q_i}{W_i} \cdot \frac{l}{h} \cdot \frac{1}{4.i} = \begin{cases} i = 6 \\ l = 5 \\ h = 3 \end{cases} = 2{,}991$$

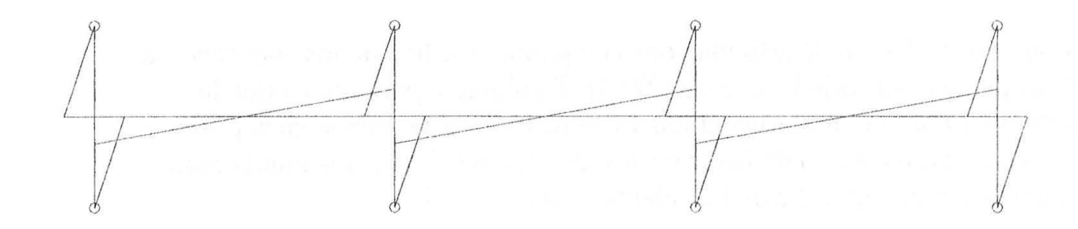
$$\varepsilon_{vi} = \varepsilon_{máx} \cdot \left(\frac{1}{1 + \frac{m_g}{m_i}} \right) = 0{,}08.10^{-3}.0{,}25 = 0{,}2.10^{-3}$$

$\varepsilon_{vi} = \varepsilon_{si}$ por hipótesis en el enunciado.(Se ha introducido esta hipótesis que no es lógica pero sí ilustrativa).

$$\frac{\delta}{L} = \frac{1}{3}.\varepsilon_s.\lambda_s + \frac{1}{3}.\varepsilon_v.\lambda_v \longrightarrow \begin{cases} \lambda_V = \frac{500}{22} & \text{(ya que es viga plana)} \\ \varepsilon_{vi} = 0{,}2 \cdot 10^{-3} \end{cases}$$

$$\frac{1}{3}.\varepsilon_v.\lambda_v = \frac{1}{3}.0{,}2.10^{-3}.22{,}72 = \frac{1}{658} \longrightarrow$$ IMPOSIBLE. La deformación inicial de las vigas es ya mayor de la pedida.

¿Qué falla? ⟶ Que la viga es demasiado esbelta. Además, al hacer esto nos encontraremos con que la hipótesis inicial de reparto de momentos no será cierta, ya que los soportes serán mucho más rígidos que las vigas.



Podemos acudir a la expresión general:

$$\theta = \frac{1}{3}(\varepsilon_{si}.\lambda_{si} + \varepsilon_{vi}.\lambda_{vi})$$

y hacer que $\varepsilon_i . \lambda_i$ tengan un valor razonable para que el modelo y la rigidez se cumplan.

Podemos tantear primero con $\varepsilon_i = \varepsilon_{vi} = \varepsilon_{si}$, según la hipótesis del enunciado, aunque esto no tiene por qué ser así, generalmente.

$$\lambda_v = \frac{500}{22}$$

$$\theta = \frac{1}{750} = \frac{1}{3}(\varepsilon_i \lambda_s + \varepsilon_i .22{,}72)$$

$$\frac{3}{750} = \varepsilon\frac{300}{d} + \varepsilon.22{,}72 = \varepsilon\left(\frac{300}{d} + 22{,}72\right)$$

→ d = canto útil del soporte.

$$\varepsilon = \frac{3}{750.\left(\dfrac{300}{d} + 22{,}72\right)}$$

d (cm)	ε
40	$1{,}32.10^{-4}$
45	
50	
55	
60	$1{,}44.10^{-4}$

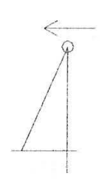
Es decir, vemos que las deformaciones unitarias deben ser mucho más bajas que las inicialmente consideradas para ε_{vi}.

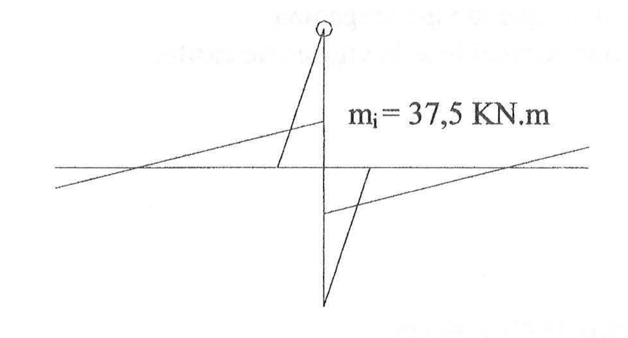
Pero, ¿a qué viga nos conduce este criterio?

m_i a viento

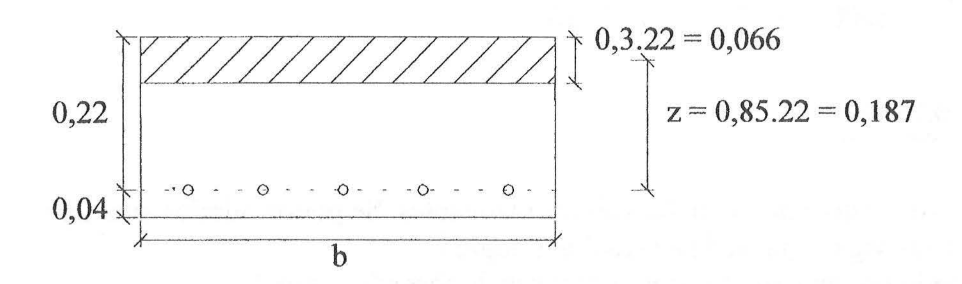
$$\frac{T_i}{3} = \frac{1\dfrac{KN}{m^2}.15m.5}{3} = \frac{75}{3} = 25KN$$

$$m_i = \frac{T_i}{3}.\frac{3}{2} = 37{,}5KN.m$$



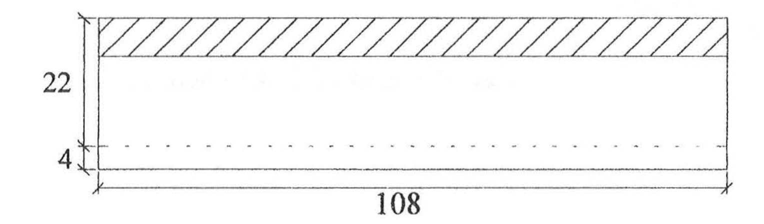


¿Qué significa esto en la viga?



$$\underbrace{\varepsilon.E_H}_{\sigma}.\underbrace{6{,}6.b}_{A}.\underbrace{18{,}7}_{l} = 3{,}75.10^5$$ → E_H =200000 KP/cm²

$$b = \frac{3{,}75.10^5}{18{,}7.6{,}6.2.10^5.1{,}4.10^{-4}} = 108cm^2$$



Sin meter armadura de compresión estamos en dimensiones absurdas ⟹ El problema es de diseño. Aquí la viga plana no funciona. Sí funcionaría con un reticular. De hecho en un edificio en altura esta combinación funciona bien en tamaños de este tipo. ε_{si} y ε_{vi} no van a coincidir en todas las plantas. Si usamos vigas planas o forjado reticular, las deformaciones ε_{vi} son más grandes a medida que bajamos de planta.
Las deformaciones ε_{si} pueden ser mayores en las plantas altas donde hay poca carga vertical y el soporte es, por tanto, pequeño.
Como estamos a mitad de altura, podría ser razonable considerar que:

$\theta_{si} = \theta_{vi}$

$$\frac{1}{3}\cdot\varepsilon_{si}\cdot\lambda_{si} = \frac{1}{3}\cdot\varepsilon_{vi}\cdot\lambda_{vi} = \frac{1}{2\cdot 750} = \frac{1}{1500}$$

$\varepsilon_{vi} = 0{,}2 \cdot 10^{-3}$

$$\frac{1}{1500} = \frac{1}{3}\cdot 0{,}2\cdot 10^{-3}\cdot\lambda_{vi} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{\lambda_{vi} = 10}}$$

Este es un valor excesivo para la viga y podemos asumir que la viga tenga una contribución mayor. Si $\lambda_v = 15$, tenemos un valor muy razonable si la viga es **de canto.**

$$\theta_{vi} = \frac{1}{3}\cdot 0{,}2\cdot 10^{-3}\cdot 15 = \frac{1}{1000}$$

$$\theta_{vi} = \frac{1}{750} - \frac{1}{1000} = \frac{1}{3000}$$

El soporte tendrá a esa altura una dimensión del orden de 40 x 40 cm.

$$\frac{300}{36} = \lambda_{si} \quad \Longrightarrow \quad \frac{1}{3000} = \frac{1}{3}\cdot\varepsilon_{si}\cdot\lambda_{si} = \frac{1}{3}\cdot\varepsilon_{si}\cdot\frac{300}{36}$$

$$\varepsilon_{si} = \frac{3\cdot 36}{3000\cdot 300} = \underline{\underline{0{,}12\cdot 10^{-3}}}$$

Como $\varepsilon_{max} = 0{,}8 \cdot 10^{-3}$, esto empieza a dar valores razonables. Se podría admitir aún algo más de esbeltez en las vigas, que sería un resultado lógico.
Es decir, procediendo por tanteos sensatos, a partir de la fórmula general:

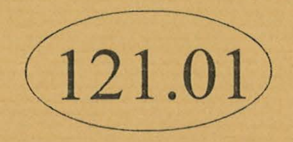
$$\theta = \frac{1}{3}\cdot\left(\lambda_{si}\cdot\varepsilon_{si} + \lambda_{vi}\cdot\varepsilon_{vi}\right)$$

podemos encajar un diseño a viento más que razonable sin demasiados números.

NOTAS

NOTAS

CUADERNO



CATÁLOGO Y PEDIDOS EN
http://www.aq.upm.es/of/jherrera
jherrera@aq.upm.es

